CADERNO DE QUESTÕES

1ª Olimpíada de Matemática do Distrito Federal



8° e 9° Anos do Ensino Fundamental

									_	<i>-</i>	ح/ ح	o u		·u	u	-	CLI				_ `		u	_	u	Э`			•	•	_		_	•							
\mathbf{Nom}	e e	om	plet	to																																					
								T			Τ																						T								
Ende	ere	ço c	om	ple	eto	•																																			
											T																					Τ		Т							
Com	ple	eme	nto	(c	as	a, :	ap	ar	ta	me	n	to,	blo	occ))		•						Ba	irı	.0			•									•			•	
Cida	de																										UF	7						C	\mathbf{E}	P					
Ema	il																														Te	lefe	one	e (d	cel	ula	ır)				
Assiı	nat	ura																													Te	lefe	one	e (a	alt	err	at	ivo)		
																																	T								
Mar	qu	e o	gr	up	0	de	s S1	ua	e	SC	ol	a																	-												Ī
	GF	RUF	O	1	(S]	EΓ	F)					Gl	RU	JΡ	O 2	2																								
																	(CÓ	D	IG	0	D	0	ΑL	UI	N()														
												Г			Т		Τ					T		Π					Т												

Segunda Fase - 20 de agosto de 2017

INSTRUÇÕES

- 1. Preencha os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma!
- 2. Escreva seu código no espaço acima e em todas as páginas!
- **3.** Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
- 4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
- 5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
- **6.** A solução de cada questão deve ser escrita no local reservado para ela, de maneira organizada e legível. Não serão aceitas soluções fora das áreas destinadas a ela.
- 7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior

número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.

- 8. ATENÇÃO!!! Justifique todas as suas respostas. RESPOSTAS SEM JUSTIFICATIVAS NÃO SERÃO PONTUADAS!
- 9. Não é permitido:
- a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
- b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
- **c.** usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios com calculadora, máquinas fotográficas, etc.).
- O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

Acesse nossa página www.omdf.com.br







ATENÇÃO!! Estudante, não escreva nada nesta página!!!!

FOLHA DE CORREÇÃO

	Questão 1	Questão 2	Questão 3	${f Quest\~ao}~4$	TOTAL
CORRETOR					
REVISOR					

De acordo,	
	Brasília-DF, de de 2017
	Coordenador Acadêmico da OMDF
	Presidente da Comissão da OMDF

Questão 1. Um quadriculado 4×4 é chamado de *quasiperfeito* quando é preenchido com números naturais não-nulos e satisfaz as três condições abaixo:

- 1. A soma dos quatro números de uma determinada linha, coluna ou diagonal é sempre igual. Esse resultado é chamado de número mágico.
- 2. Os números escritos nos quatro quadrados extremos, em sentido anti-horário, começando pelo extremo superior esquerdo são iguais aos números escritos na primeira linha, da esquerda para a direita.
- 3. A soma dos quatro números de qualquer quadriculado 2×2 , exceto os dois laterais centrais, um à esquerda e outro à direita, resultam no número mágico.

A figura ao lado ilustra um quadriculado quasiperfeito. Nele, a soma das linhas, colunas e das duas diagonais é igual a 132 (número mágico de acordo com a condição 1), os quadrados dos extremos apresentam os números 18, 9, 19 e 86 em sentido anti-horário (condição 2) e qualquer quadriculado 2×2 selecionado terá a soma dos seus números igual ao número mágico, exceto pelos quadriculados formados pelos números 12|93|26|93 e 11|2|11|16 (condição 3).

18	9	19	86
12	93	11	16
93	26	2	11
9	4	100	19

(a) (5 pontos) Calcule a quantidade de divisores naturais do número mágico do quadriculado quasiperfeito abaixo.

9	2	6	1
5	2	8	3
2	7	1	8
2	7	3	6

Corretor	Revisor

(b) (15 pontos) Complete o quadriculado abaixo de forma a satisfazer as três condições citadas e conclua que ele não é quasiperfeito.

8	20	20	16
		13	
20			

Corretor	Revisor

(c) (25 pontos) Calcule de quantas maneiras é possível preencher o quadriculado 4×4 abaixo, no qual o número escrito na terceira linha e segunda coluna é o sucessor do número escrito na primeira linha e terceira coluna, de forma a obter um quadriculado *quasiperfeito* preenchido apenas por números naturais não-nulos inferiores a 10.

	c	
c+1		

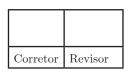
Corretor	Revisor

NÍVEL 2 CÓDIGO DO ALUNO													
-------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Questão 2. Professor Zoroastro, do Colégio Tio Azambuja, está trabalhando as operações aritméticas com os alunos do 8° Ano do Ensino Fundamental. Ele propõe três desafios aos seus alunos com os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

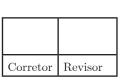
Resolva os desafios do Professor Zoroastro!

(a) (5 pontos) Desafio 1: De quantas maneiras diferentes podemos trocar seis símbolos * por seis sinais (+) e dois símbolos * por dois sinais (-) tal que a expressão 1*2*3*4*5*6*7*8*9 tenha valor igual a 19? Apresente todas as soluções!



(b) (15 pontos) Desafio 2: Os dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 podem ser usados, cada dígito uma única vez, para formar números inteiros cuja soma é igual a 333. Por exemplo, 23 + 45 + 76 + 189 = 333.

É possível formar números inteiros com os dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, utilizando cada dígito uma única vez, tal que sua soma seja 444? **Justifique sua resposta!**



(c) (25 pontos) Desafio 3: As letras A, B, C, D, E, F, G, H, J representam os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 em alguma ordem. Suponha que

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C} = \mathbf{C} + \mathbf{D} + \mathbf{E} = \mathbf{E} + \mathbf{F} + \mathbf{G} = \mathbf{G} + \mathbf{H} + \mathbf{J}$$

Determine o valor de E sabendo que a soma desses 4 números: A+B+C; C+D+E; E+F+G; G+H+J é a maior possível.

Corretor	Revisor

NÍVEL 2	CÓDIGO DO ALUNO						
				 	•		

Questão 3. Arnaldo e Beatriz tiveram três filhos: Carol, Dudu e Esther.

(a) (5 pontos) Sabendo-se que a proporção das idades de Dudu e Esther é de 11:7 respectivamente e que, daqui a oito anos, essa proporção será de 15:11, qual a diferença das idades de Dudu e Esther?

Corretor	Revisor
Corretor	Ttevisor

(b) (15 pontos) Há exatamente um ano, a idade de Carol era um quadrado perfeito e daqui a um ano sua idade será um cubo perfeito. Sabendo-se que a mamãe Beatriz ainda não completou um século de vida, quantos anos mais, a partir de agora, Carol deve esperar para que sua idade seja novamente um cubo perfeito?

Corretor Revisor

NÍVEL 2 CÓDIGO DO ALUN												
------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- (c) (25 pontos) Esther perguntou para sua mãe:
- "Mamãe, quantos anos você tem?"

Beatriz, então, respondeu:

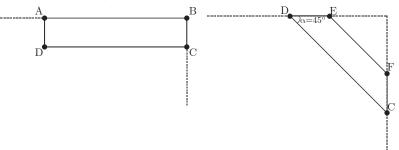
- "Seu pai e eu, juntos, temos 105 anos. E a idade de Arnaldo é o dobro da idade que eu tinha quando ele tinha a idade que eu tenho agora."

Com isso, Esther conseguiu concluir a idade de sua mãe? Se sim, qual a idade de Beatriz?

Corretor Revisor

Questão 4. Pedro pegou uma tira de papel com formato de um retângulo e planeja fazer dela um marcador de página para usar em seu livro de matemática. Para construir seu marcador, Pedro seguiu os passos na ordem abaixo:

- 1. Posicionou a tira de papel ABCD (vide ilustração abaixo) no canto superior direito de uma folha de papel (página a ser marcada), de forma que o ponto B da tira esteja posicionado no vértice da folha e os pontos A e C na aresta superior e na lateral direita da folha, respectivamente;
- 2. Depois, Pedro girou a tira de papel de um ângulo de 45° em relação ao ponto A no sentido horário. O ponto A se mantém na mesma posição após esse movimento;
- $\bf 3.$ Pedro, então, movimentou a tira de papel $\,Y\,$ centímetros para cima da folha de papel e $\,X\,$ centímetros para direita da folha;
- 4. Por fim, Pedro dobrou as duas pontas da tira que $\tilde{\mathbf{nao}}$ estavam em contato com a folha de papel para trás da folha. Dessa forma, a parte visível da tira passou a ser o trapézio CDEF, onde E e F são pontos do segmento AB da tira de papel, localizados agora na aresta superior e na lateral direita da folha, respectivamente (vide ilustração abaixo).



Sabendo que o comprimento da tira de papel (segmento AB) é igual a 9 centímetros e que área da região dobrada (triângulos ADE e BCF que se encontram na parte detrás da folha de papel após o passo 4) corresponde a $\frac{1}{4}$ da área do trapézio CDEF, responda:

(a) (5 pontos) Qual é a largura da tira de papel ABCD (segmento BC)?

Corretor	Revisor

(b) (15 pontos) Em quantos centímetros Pedro deslocou a tira de papel para cima (valor de Y)?

Corretor	Revisor

NÍVEL 2 CÓDIGO DO ALUNO												
-------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(c) (25 pontos) Em quantos centímetros Pedro deslocou a tira de papel para a direita (valor de X)?

Corretor Revisor

RASCUNHO

