

ATENÇÃO!! Estudante, não escreva nada nesta página!!!!

FOLHA DE CORREÇÃO

	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	TOTAL
CORRETOR					
REVISOR					

De acordo,

Brasília-DF, ____ de _____ de 2017

Coordenador Acadêmico da OMDF

Presidente da Comissão da OMDF

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Questão 1. Considere todas as funções $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ satisfazendo a equação funcional

$$f(f(x)) - 30x = -f(x).$$

(a) (5 pontos) Determine todas as funções lineares $f(x) = ax$, $a \in \mathbb{R}$, que satisfazem a equação funcional dada.

Corretor	Revisor

(b) (15 pontos) Determine todas as funções afins $f(x) = ax + b$, com a e b reais e $b \neq 0$, que satisfazem a equação funcional dada.

Corretor	Revisor

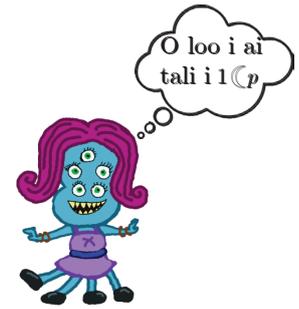
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(c) (25 pontos) Determine todas as funções polinomiais $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ que satisfazem a equação funcional dada.

Corretor	Revisor

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Questão 2. Luanita é uma visitante espacial originária da lua Calisto de Júpiter. Lá ela criou uma operação matemática que mostra o nível de avanço daquele lugar. Dados dois números inteiros a e b , a operação $a \ll b$ (lê-se " a lua b ") é o número de soluções da equação $(x + a)^n = x! + b$ em números naturais $n > 1$ e $x > 0$. Usando a operação criada por Luanita, responda os itens abaixo.



(a) (5 pontos) Quanto vale $0 \ll 1$?

Corretor	Revisor

(b) (15 pontos) Quanto vale $1 \ll 2$?

Corretor	Revisor

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(c) (25 pontos) Mostre que $1 \llcorner p$ está bem definido para todo p primo. Isto é, $1 \llcorner p$ é finito para todo p primo.

Corretor	Revisor

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Questão 3. Professor Zoroastro, do Colégio Tio Azambuja, está trabalhando as operações aritméticas com os alunos do 1º Ano do Ensino Médio. Ele propõe três desafios aos seus alunos com os números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

Resolva os desafios do Professor Zoroastro!

(a) (5 pontos) **Desafio 1:** De quantas maneiras diferentes podemos trocar os símbolos * por sinais (+) ou por sinais (−) tal que a expressão $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9$ tenha valor igual a 19? **Apresente todas as soluções!**

Corretor	Revisor

(b) (15 pontos) **Desafio 2:** As letras A, B, C, D, E, F, G, H, J representam os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 em alguma ordem. Suponha que

$$A + B + C = C + D + E = E + F + G = G + H + J$$

Determine o valor de E sabendo que a soma desses 4 números: $A + B + C$; $C + D + E$; $E + F + G$; $G + H + J$ é a maior possível.

Corretor	Revisor

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(c) (25 pontos) **Desafio 3:** Uma sequência $a_1, a_2, \dots, a_9, a_{10}$ é chamada r -azambujeana se é uma permutação de $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ e $a_1 + a_2, a_2 + a_3, \dots, a_9 + a_{10}$ forma uma progressão aritmética crescente de razão r . Por exemplo, $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ é 2 -azambujeana, pois $1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17$ ($0 + 1, 1 + 2, \dots, 8 + 9$) é uma progressão aritmética crescente de razão 2 .

Quantas sequências 1 -azambujeanas existem?

Apresente todas as soluções possíveis, justificando sua resposta.

Corretor	Revisor

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Questão 4. O triângulo ABC de lados $\overline{AB} = c$ e $\overline{AC} = b$ tem área igual a Δ . Considere dois semicírculos δ e ψ , tais que:

- O semicírculo δ de raio r tem o diâmetro sobre o lado \overline{BC} e é tangente aos lados \overline{AB} e \overline{AC} .
- O semicírculo ψ com centro em A e diâmetro \overline{BE} passa pelos pontos C e D , o ponto D está entre os pontos C e E .

(a) (5 pontos) Se o raio de δ mede $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ cm, determine Δ em função b e c (medidas dos lados \overline{AB} e \overline{AC}).

Corretor	Revisor

(b) (15 pontos) Sabendo que $\Delta = \frac{25\sqrt{3}}{4}$ cm² e $\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$, calcule a medida dos lados \overline{AB} e \overline{AC} .

Corretor	Revisor

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(c) (25 pontos) Levando em consideração os itens (a) e (b) anteriores, calcule, em graus, o valor do ângulo $B\hat{E}C = \theta$ e determine o valor da área do quadrilátero $ABCD$.

Corretor	Revisor

RASCUNHO

