

ATENÇÃO!! Estudante, não escreva nada nesta página!!!!

FOLHA DE CORREÇÃO

	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	TOTAL
CORRETOR					
REVISOR					

De acordo,

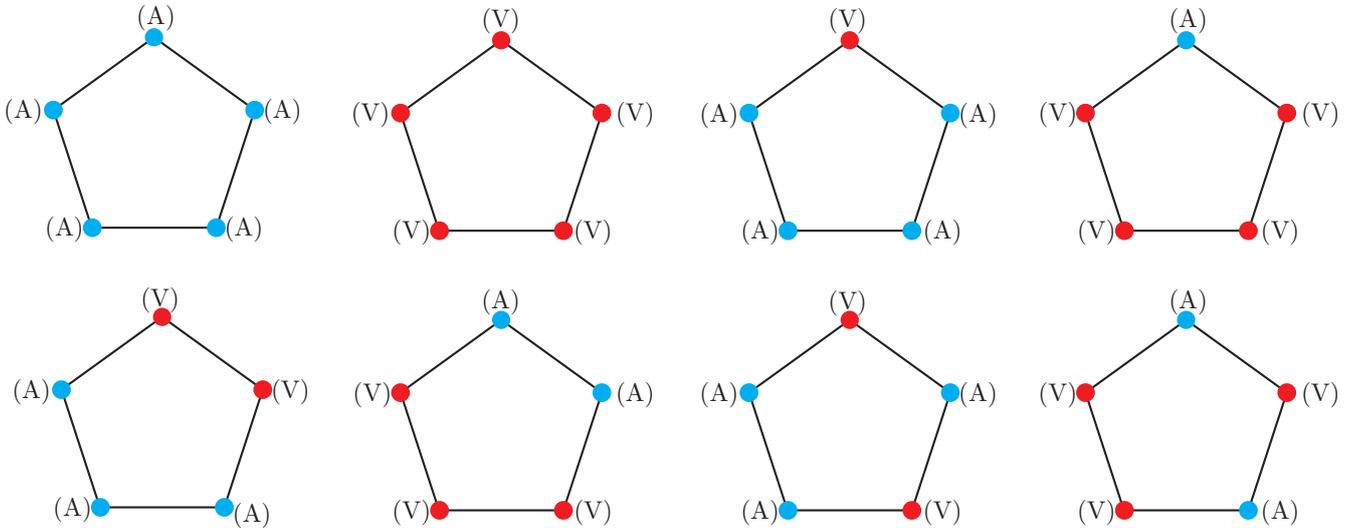
Brasília-DF, ____ de _____ de 2018.

Coordenador Acadêmico da OMDF

Presidente da Comissão da OMDF

--	--	--	--	--

Questão 1. Azambuja está colorindo os vértices de polígonos regulares com algumas cores, por exemplo, para colorir os vértices de um pentágono regular com duas cores, azul (A) e vermelho (V), ele obtém oito colorações distintas, observe a figura abaixo. Os vértices podem ser coloridos com uma ou mais cores e colorações obtidas por rotações são consideradas iguais.



Azambuja percebe que para um polígono com p lados, p primo, e uma quantidade a de cores distintas há uma interessante relação com o **Teorema de Fermat**, então ele chama essas colorações de **fermatianas**.

(a) (10 pontos) Quantas colorações **fermatianas** existem para um triângulo equilátero utilizando-se **duas cores**, ou seja, de quantas maneiras ele pode colorir os vértices de um triângulo equilátero com **duas cores**?

Corretor	Revisor

(b) (15 pontos) Quantas colorações **fermatianas** existem para um triângulo equilátero utilizando-se **três cores**, ou seja, de quantas maneiras ele pode colorir os vértices de um triângulo equilátero com **três cores**?

Corretor	Revisor

--	--	--	--	--

(c) (25 pontos) Determine o número de colorações *fermatianas* para um polígono com p lados, p é um primo maior do que 2, dispondo-se de $a \geq 1$ cores. Em seguida demonstre o Teorema de Fermat para um primo $p > 2$ e um inteiro $a \geq 1$, ou seja, mostre que p é um divisor de $a^p - a$ para todo primo $p > 2$ e um inteiro $a \geq 1$.

Corretor	Revisor

--	--	--	--	--

Questão 2. Um quadrilátero convexo $ABCD$ está inscrito em uma circunferência de diâmetro $\overline{AB} = k$. Sejam \overline{BC} e \overline{AD} , respectivamente, o lado do dodecágono regular e o lado do hexágono regular inscritos nessa circunferência.

(a) (10 pontos) Determine a área do quadrilátero $ABCD$ em função de k .

Corretor	Revisor

(b) (15 pontos) Sejam E o ponto de interseção das diagonais de $ABCD$ e F o pé da perpendicular baixada de E até \overline{AB} . Calcule as medidas dos ângulos $\angle DEC$ e $\angle DFC$.

Corretor	Revisor

--	--	--	--	--

(c) (25 pontos) Determine o comprimento \overline{EF} e a razão $\frac{\overline{FB}}{\overline{FA}}$.

Corretor	Revisor

--	--	--	--	--

Questão 3. Sejam a , b e c três números reais tais que

$$\begin{cases} a(a + 2b) = -3 \\ b(b + 2c) = 8 \\ c(c + 2a) = -5 \end{cases} .$$

(a) (10 pontos) Mostre que se $a(a + 2b) + b(b + 2c) + c(c + 2a) = 0$, então $a + b + c = 0$.

Corretor	Revisor

(b) (15 pontos) Fatore a expressão algébrica $5a^2 + 16ac + 3c^2$, ou seja, escreva a expressão como $(xa + yc)(za + wc)$, onde x , y , z e w são constantes reais.

Corretor	Revisor

--	--	--	--	--

(c) (25 pontos) Determine todos os ternos ordenados (a, b, c) que são solução do sistema proposto.

Corretor	Revisor

--	--	--	--	--

Questão 4. A aluna Mabelita está fazendo contas com fatoriais. Ela percebeu que $n!$ sempre termina em zero para $n \geq 5$, ou seja, o último dígito na base 10 da representação de $n!$ é zero. Ela notou que a quantidade de zeros no final de cada fatorial constitui uma sequência *não-decrescente*, por exemplo, $5! = 120$ termina em um zero e $12! = 479001600$ termina em dois zeros. Porém, Mabelita percebe ainda que alguns inteiros positivos não representam a quantidade exata de zeros em que termina $n!$. Mabelita então chamou esses inteiros de *números saltitantes* e escreveu os 100 primeiros *números saltitantes* no seu caderno (em ordem crescente).

A partir do enunciado acima resolva os itens a seguir.

OBS.: $n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$, $n \geq 2$ e $0! = 1! = 1$.

(a) (10 pontos) Quais são os 6 primeiros *números saltitantes* escritos por Mabelita?

Corretor	Revisor

(b) (15 pontos) Mabelita escreveu o número 100 em seu caderno?

Corretor	Revisor

--	--	--	--	--

(c) (25 pontos) Mostre que para todo k , existe uma progressão aritmética formada por k números saltitantes.

Corretor	Revisor

--	--	--	--	--

RASCUNHO