3^a OLÍMPIADA DE MATEMÁTICA DO DISTRITO FEDERAL



Nome do Aluno:

DATA DA APLICAÇÃO: 31/05/2019

INSTRUÇÕES:

Caro(a) aluno(a):

- a) A duração da prova é de 3 horas. Cada problema vale 1 ponto.
- b) Você poderá, se necessário, solicitar papel para rascunho.
- c) Não é permitido o uso de calculadoras, aparelhos eletrônicos ou quaisquer consultas a notas ou livros.
- d) Ao terminar, entregue esta prova (com os rascunhos) e a folha de resposta ao (à) professor(a) aplicador(a).
- e) A divulgação do gabarito oficial será no dia 3 de Junho na página www.omdf.com.br.
- f) Lembre-se de que, ao participar da OMDF, o aluno se compromete a não divulgar conteúdo das questões até a publicação do gabarito no site da OMDF.

Boa Prova!

Utilize o texto abaixo para responder às questões de $1\ a\ 3.$

Maratonistas, atletas que correm provas de 42,195 km, levam sempre em consideração uma unidade de medida chamada ritmo. O ritmo significa o tempo gasto para cada quilômetro percorrido, ou uma estimativa de tempo para cada quilômetro a ser percorrido. Um atleta que pretende correr uma maratona com um ritmo de 4:30/km tem a intenção de correr, na média, cada quilômetro em 4 minutos e 30 segundos.

 ${\bf Quest\~{a}o}$ 1. Podemos afirmar que uma prova de maratona tem

- a) distância inferior a 42190 metros.
- b) distância superior a 422 hectômetros.
- c) distância igual a 421950 centímetros.
- d) distância superior a 421949 decímetros.
- e) distância igual a 4219500 milímetro.

Questão 2. Um atleta correu um trecho de 5 km com um ritmo médio de 4:12/km. Podemos afirmar que

- a) o ritmo do atleta, em nenhum momento, pode ter sido de $4:06/\mathrm{km}$.
- b) a velocidade média do atleta foi de 14 km/h neste trecho.
- c) o trecho de 5 km foi percorrido em 21 minutos.
- d) aumentar o ritmo significa aumentar a velocidade.
- e) o atleta gastou 4 minutos e 12 segundos no primeiro quilômetro do trecho.

Questão 3. "Brasileiro, Daniel Chaves da Silva, marca 2:13:13 (duas horas, treze minutos e treze segundos) na Maratona de Valência e assume a liderança do Ranking Nacional da distância."

Trecho da reportagem extraída do site Olimpíada Todo Dia. Podemos dizer que a velocidade média de Daniel Chaves na prova de Valência foi

- a) inferior a 15 km/h.
- b) igual a 21 km/h.
- c) entre 18 km/h e 20 km/h.
- d) superior a 21 km/h.
- e) resultado de um ritmo médio de 3:00/km.

Questão 4. O tempo pode ser representado com unidade mista, isto é, 5/4 de uma hora é o mesmo que

- a) 5 horas e 40 minutos.
- b) 5 horas e 4 minutos.
- c) 5 horas e 15 minutos.
- d) 1 hora e 40 minutos.
- e) 1 hora e 15 minutos.



Questão 5. O pequeno Goku tem 13 livros de Matemática, 11 de Física e 7 de Sayajin. Toda noite ele vai para a escola do Mestre Kame e precisa levar pelo menos um livro de cada matéria e entregar para sua professora Videl. Além disso, cada livro de Matemática pesa 1 quilo, cada livro de Física pesa 2 quilos e cada livro de Sayajin pesa 3 quilos. Uma noite, ao chegar a sua casa, ele percebe que está tudo escuro e não consegue ver nada. Como está atrasado para a escola, ele precisa pegar os livros (ao acaso) de forma a garantir que pegou pelo menos um livro de cada matéria (lembramos que, devido a sua super força, Goku não nota o peso dos livros). Na melhor hipótese, qual o menor peso que Videl vai receber de Goku?

- a) 32 quilos.
- b) 34 quilos.
- c) 36 quilos.
- d) 38 quilos.
- e) 44 quilos.

Questão 6. Qual conjunto abaixo contém 4 números compostos consecutivos? Lembrando que um número composto é um número natural que pode ser escrito na forma $a \times b$, com $a \in b$ naturais maiores que 1.

- a) {22, 23, 24, 25}.
- b) {32, 33, 34, 35}.
- c) {41, 42, 43, 44}.
- d) {52, 53, 54, 55}.
- e) {61, 62, 63, 64}.

Questão 7. Qual é a soma dos dígitos do número $10^{2019} + 10^3 + 2019$?

- a) 11.
- b) 12.
- c) 13.
- d) 14.
- e) 15.

Questão 8. Uma competição consistia em dar 6 voltas numa pista de atletismo pela raia mais interna, isto é, ganharia aquele atleta que corresse 2400 metros em menos tempo. O segundo colocado correu 7/8 da prova no momento em que o primeiro colocado completava as seis voltas. O terceiro colocado, no mesmo momento, havia percorrido 5/6 da competição. Sabendo que todos concluíram a prova, podemos afirmar que

- a) o segundo e terceiro colocados percorreram 4100 metros no total.
- b) o segundo colocado tinha percorrido menos de 2000 metros no momento em que o primeiro colocado terminou a corrida.
- c) o primeiro e o segundo colocados percorreram menos de 4800 metros no total.
- d) o segundo colocado percorreu 100 metros a mais que o terceiro colocado.
- e) o terceiro colocado tinha percorrido 2000 metros no momento em que o primeiro colocado terminou a corrida.

Questão 9. O misterioso mágico mascarado, Nash M, gostava de transformar figuras geométricas com suas magias um pouco duvidosas. Um dia ele viu um campo de futebol de forma retangular com lado maior (b) e menor (a) medindo 10 e 5 metros, respectivamente. Após Nash M falar a palavra mágica "Ho'oponopono", o campo retangular teve cada lado aumentado na mesma medida e o novo campo (ainda retangular) agora tem o perímetro medindo 50 metros e com lado maior medindo b' e lado menor medindo a'. Para sair da razão b/a e chegar à nova razão b'/ a', precisamos

- a) diminuir 20% de b/a.
- b) aumentar 20% de b/a.
- c) manter constante b/a.
- d) aumentar 25% de b/a.
- e) diminuir 25% de b/a.

Questão 10. Quantos dos seguintes números são maiores que 10?

$$3\sqrt{11}$$
, $4\sqrt{7}$, $5\sqrt{5}$, $6\sqrt{3}$, $7\sqrt{2}$

- a) 1.
- b) 2.
- c) 3.
- d) 4.
- e) 5.

Questão 11. Com o intuito de preparar seus alunos para os jogos estudantis, a escola Infinita propõe o seguinte treino em uma das suas infinitas turmas com infinitos alunos: em um percurso de distância total igual a 3,2 km, o primeiro aluno deveria correr metade do percurso; o segundo aluno ficaria em posição, no início da segunda metade, e correria metade do restante da pista, assim que seu colega de turma completasse a primeira etapa. Dessa forma, cada um dos alunos correria a metade do trecho restante até chegar ao final da pista. Quando o quinto atleta terminar seu trecho, ainda faltará x metros para o final da pista. O valor de x é igual a

- a) 25 m.
- b) 50 m.
- c) 100 m.
- d) 200 m.
- e) 400 m.

Questão 12. A imagem mostra uma praça retangular contornada por uma calçada. Muitas pessoas realizam seus treinos de corrida nesta calçada. A área da praça, sem a calçada, é igual a 23.716 metros quadrados. Sabe-se que a área deste retângulo, em metros quadrados, é numericamente igual ao menor múltiplo comum entre o comprimento e a largura, em metros, da parte interna da calçada.



Para que dê uma volta completa na calçada da praça, uma pessoa deverá percorrer uma distância mínima de a) $616~\mathrm{m}$.

- b) 634 m.
- c) 770 m.
- d) 10.66 m.
- e) 11.866 m.

Questão 13.

A multiplicação é libertadora Pois assim como na adição Podemos comutar e associar A ordem dos tratores não altera o viaduto Mas trator rima com fator e Viaduto com produto.

Caso tivéssemos que multiplicar todos os números naturais de 1 a 20, então seria correto afirmar que

- a) a soma dos valores absolutos dos algarismos de 1^a e 2^a ordens resultaria em um número maior que 1.
- b) o produto possui mais de 10 fatores primos.
- c) o algarismo de $5^{\rm a}$ ordem, dezena de milhar, é um algarismo ímpar.
- d) o resultado encontrado é divisível por 49.
- e) o número encontrado não será múltiplo de dez mil.

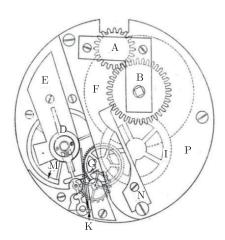
Questão 14. Sejam O, M, D e F números naturais, tais que $O \times M \times D \times F = 6$ e O + M + D + F = 9. Qual é o valor de $O^2 + M^2 + D^2 + F^2$?

- a) 36.
- b) 37.
- c) 38.
- d) 39.
- e) 40.

Questão 15. Amarildo saiu de sua cidade e correu durante 3 horas até chegar à cidade vizinha. A ideia era se preparar para uma ultramaratona, prova com distância superior a 42,195 km. Após 4/3 de hora um carro de apoio entregou para o nosso atleta, que continuava em movimento, um suplemento que tinha por objetivo repor os sais perdidos até então, hidratá-lo e fornecer energia para que o seu ritmo médio até aquele momento fosse mantido. Do momento em que o carro de apoio encontra Amarildo até a sua chegada à cidade vizinha, passou-se (passaram-se)

- a) mais de duas horas.
- b) menos de uma hora.
- c) uma hora e trinta minutos.
- d) uma hora e quarenta minutos.
- e) duas horas e 20 minutos.

Questão 16. Amarildo marca seus tempos em um relógio analógico. O funcionamento de um relógio analógico é baseado em um sistema de engrenagens. Na imagem, as engrenagens A e B possuem 20 dentes e 36 dentes, respectivamente, e o tempo necessário para a engrenagem B dar uma volta completa é de 1 minuto.



Ao final de 4/3 de hora, o número de voltas completas da engrenagem A é igual a

- a) 36.
- b) 72.
- c) 96.
- d) 108.
- e) 144.

Questão 17. Considere A, B, C e D como sendo os algarismos de primeira ordem (algarismos das unidades) das potências 7^{10} , 7^5 , 7^7 e 7^8 , respectivamente. Colocando A, B, C e D em ordem crescente, teremos como disposição correta o item

- a) B, C, A, D.
- b) D, C, B, A.
- c) C, A, B, D.
- d) A, C, B, D.
- e) B, A, C, D.

Questão 18. Escalas são muito usadas por arquitetos e designers na elaboração de maquetes ou modelos de determinados objetos em tamanho reduzido ou ampliado, relacionando as dimensões de um modelo ao objeto real. É possível também usar a ideia de escala, por exemplo, nos mapas. Chamamos este tipo de escala de escala cartográfica. Se um determinado brinquedo tem por objetivo ser uma miniatura fiel de um modelo original e a escala usada for de 1 para 24, isso significa que, para cada centímetro no comprimento, largura e altura do modelo miniaturizado, teríamos, no objeto real, comprimento, largura e altura 24 vezes maior.



A imagem ilustra o percurso da meia maratona de Brasília. Se uma meia maratona possui 21 km e este percurso está representado por 14 cm, a escala do desenho é igual a

- a) 1 para 150.000.
- b) 1 para 25.000.
- c) 1 para 21.000.
- d) 1 para 15.000.
- e) 1 para 2.500.

Questão 19. Um número de 5 algarismos não nulos é considerado "sagaz" se a multiplicação dos 2 primeiros algarismos e a multiplicação dos 2 últimos algarismos forem iguais ao 3° algarismo. Por exemplo, 23616 é considerado "sagaz". O número total de possibilidades de se construir um número "sagaz" é igual a

- a) 2.
- b) 3.
- c) 23.
- d) 34.
- e) 67.

Questão 20. No plano de uma mesa, é possível marcar dois pontos em lugares distintos e, com auxílio de uma régua, traçar uma única reta passando por esses dois pontos. Com base neste axioma, ou na crença absoluta de que, por dois pontos distintos no plano, é possível traçar apenas uma reta, é possível afirmar que

- a) não podemos traçar mais de 10 retas por um ponto no plano dessa mesa.
- b) três pontos distintos no plano dessa mesa determinam um triângulo.
- c) existe a possibilidade de se traçar apenas uma reta por quatro pontos distintos no plano dessa mesa.
- d) você e um colega devem, cada um, marcar um ponto no plano dessa mesa, mas devem fazer isso de olhos vendados, então podemos concluir que apenas uma reta estará definida por esses dois pontos.
- e) três retas distintas, no plano dessa mesa, definem 3 pontos de interseção.

FIM DE PROVA!

RASCUNHO