

Nome do Aluno: _____

DATA DA APLICAÇÃO: 31/05/2019

INSTRUÇÕES:

Caro(a) aluno(a):

- A duração da prova é de 3 horas. Cada problema vale 1 ponto.
- Você poderá, se necessário, solicitar papel para rascunho.
- Não é permitido o uso de calculadoras, aparelhos eletrônicos ou quaisquer consultas a notas ou livros.
- Ao terminar, entregue esta prova (com os rascunhos) e a folha de resposta ao (à) professor(a) aplicador(a).
- A divulgação do gabarito oficial será no dia 3 de Junho na página www.omdf.com.br.
- Lembre-se de que, ao participar da OMDF, o aluno se compromete a não divulgar conteúdo das questões até a publicação do gabarito no site da OMDF.

Boa Prova!

Questão 1. Um número de 5 algarismos não nulos é considerado “sagaz” se a multiplicação dos 2 primeiros algarismos e a multiplicação dos 2 últimos algarismos forem iguais ao 3º algarismo. Por exemplo, 23616 é considerado “sagaz”.

Qual dos seguintes valores é o maior divisor primo do número total de possibilidades de se construir um número sagaz?

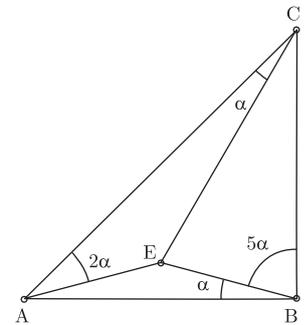
- 2.
- 3.
- 23.
- 34.
- 67.

Questão 2. Dois carros partem da cidade A para a cidade B pela mesma estrada, cujo trecho entre A e B mede 120 km. O primeiro carro parte às 10h, com velocidade constante de 60km/h, e o segundo carro sai às 10h10min, com velocidade constante de 80km/h. A que horas o segundo carro alcançará o primeiro?

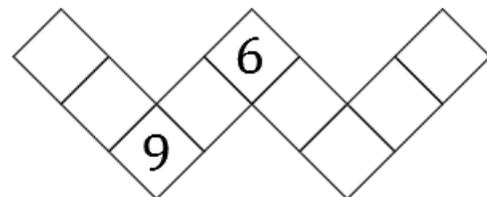
- 10h30min.
- 10h40min.
- 10h50min.
- 11h10min.
- 11h20min.

Questão 3. No interior de um triângulo ABC, toma-se um ponto E tal que $\overline{AE} = \overline{BE}$ e $\overline{AB} = \overline{CB}$. Se $\widehat{ABE} = \alpha = \widehat{ECA}$, $\widehat{EAC} = 2\alpha$ e $\widehat{EBC} = 5\alpha$, determine α .

- 10°.
- 12°.
- 14°.
- 15°.
- 18°.



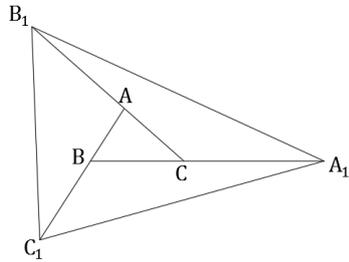
Questão 4. Em cada uma das casas do W da figura, escrevemos um número inteiro de 1 a 9 de modo que a soma dos três números de cada uma das quatro linhas seja a mesma. Já estão escritos o 6 e o 9. Qual deve ser o valor na casa entre o 6 e o 9?



- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

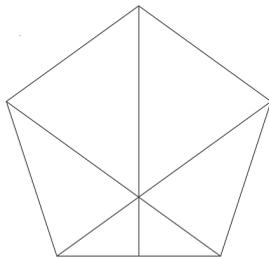
Questão 5. É dado o triângulo ABC . Os pontos A_1 , B_1 e C_1 pertencem aos prolongamentos dos lados \overline{BC} , \overline{CA} e \overline{AB} , respectivamente, conforme a figura abaixo. Sabendo também que $3\overline{BC} = 2\overline{CA_1}$, $3\overline{CA} = 2\overline{AB_1}$, $3\overline{AB} = 2\overline{BC_1}$ e que a área do triângulo ABC é igual a 1,00, determine a área do triângulo $A_1B_1C_1$.

- a) 7,00.
- b) 8,50.
- c) 10,00.
- d) 12,25.
- e) 13,50.



Questão 6. A figura abaixo representa um pentágono regular, com duas de suas diagonais e um segmento ligando um de seus vértices ao ponto médio do lado oposto a este vértice. Quantos triângulos isósceles aparecem na figura?

- a) 3.
- b) 5.
- c) 6.
- d) 7.
- e) 9.



Questão 7. Se o dia 16 de maio de um determinado ano ocorreu numa quarta-feira, então dia 25 de dezembro do mesmo ano ocorreu numa

- a) segunda-feira.
- b) terça-feira.
- c) quarta-feira.
- d) quinta-feira.
- e) sexta-feira.

Questão 8. Em um teste com 50 questões, cada acerto acrescenta 3 pontos e cada erro desconta 1 ponto da nota do aluno. Alfredo respondeu a todas as questões, correta ou incorretamente, e obteve 82 pontos. Indicando por x o número de acertos, podemos afirmar que:

- a) $x < 29$.
- b) $28 < x < 33$.
- c) $32 < x < 37$.
- d) $36 < x < 41$.
- e) $x > 41$.

Questão 9. Foi solicitado que um grupo de 60 pessoas escolhesse um número natural maior que 3. Após a análise das escolhas, constatou-se que:

- exatamente 10 pessoas escolheram um número primo;
- exatamente 30 pessoas escolheram um número par;
- exatamente 14 pessoas escolheram um múltiplo de 3;
- exatamente 6 pessoas escolheram um múltiplo de 6.

O número de pessoas que escolheu um número ímpar, não múltiplo de 3, foi igual a:

- a) 8.
- b) 10.
- c) 16.
- d) 22.
- e) 30.

Questão 10. A figura abaixo apresenta 4 caixas, que contêm bolas verdes e amarelas, segundo a distribuição a seguir:

- A caixa das bolas com a letra “O” contém 5 bolas verdes e 4 bolas amarelas;
- A caixa das bolas com a letra “M” contém 3 bolas verdes e 7 bolas amarelas;
- A caixa das bolas com a letra “D” contém 5 bolas verdes e 5 bolas amarelas;
- A caixa das bolas com a letra “F” contém 4 bolas verdes e 6 bolas amarelas.



Cada bola apresenta escrita em sua superfície a mesma letra da caixa da qual ela foi retirada.

Em um jogo, uma pessoa vai retirando bolas das caixas, uma a uma, até que se forme a sigla OMDF com todas as bolas **da mesma cor**. A pessoa pode escolher a caixa da qual fará a retirada, mas só identifica a cor da bola após a retirada.

Usando uma estratégia conveniente, o número mínimo de bolas que ela deverá retirar para que possa cumprir a tarefa com toda certeza é

- a) 18.
- b) 20.
- c) 21.
- d) 22.
- e) 23.

Questão 11. Considere A, B, C e D como sendo os algarismos de primeira ordem (algarismos das unidades) das potências 7^{10} , 7^5 , 7^7 e 7^8 , respectivamente. Colocando A, B, C e D em ordem crescente, teremos como disposição correta o item

- a) B, C, A, D.
- b) D, C, B, A.
- c) C, A, B, D.
- d) A, C, B, D.
- e) B, A, C, D.

Questão 12. Carlos apostou na loteria e, para isso, precisou escolher seis números entre 1 e 60 para sua aposta. Sua escolha ocorreu da seguinte maneira:

- 1º passo: escolheu os números 4, 7 e 8, que são as idades, em anos, de seus três sobrinhos;
- 2º passo: escolheu mais dois números, que são o MMC e o MDC dos números escolhidos no primeiro passo;
- 3º passo: escolheu a metade da média aritmética dos dois maiores números escolhidos nos passos anteriores.

A soma de todos os números escolhidos é igual a

- a) 45.
- b) 57.
- c) 66.
- d) 92.
- e) 108.

Questão 13. Observe as multiplicações a seguir:

$$\begin{aligned}1002 \times 1111 &= 1113222 \\1002 \times 11111 &= 11133222 \\1002 \times 111111 &= 111333222 \\1002 \times 1111111 &= 1113333222 \\1002 \times 11111111 &= 11133333222\end{aligned}$$

Qual é a soma dos algarismos do número obtido quando

multiplicamos 1002 pelo número $\frac{1111111...111}{2019 \text{ algarismos}}$?

- a) 2019.
- b) 2022.
- c) 6048.
- d) 6057.
- e) 6066.

Questão 14. Nove números são escritos em ordem crescente. O número do meio é a média aritmética dos nove números. A média aritmética dos 5 maiores é 23 e a média aritmética dos 5 menores é 19. A soma de todos os números é

- a) 210.
- b) 189.
- c) 63.
- d) 42.
- e) 21.

Questão 15. Sejam O, M, D e F números naturais, tais que $O \times M \times D \times F = 6$ e $O + M + D + F = 9$. Qual é o valor de $O^2 + M^2 + D^2 + F^2$?

- a) 36.
- b) 37.
- c) 38.
- d) 39.
- e) 40.

Questão 16. Quantos dos seguintes números são maiores que 10?

$$3\sqrt{11}, 4\sqrt{7}, 5\sqrt{5}, 6\sqrt{3}, 7\sqrt{2}$$

- a) 1.
- b) 2.
- c) 3.
- d) 4.
- e) 5.

Questão 17. Considere todos os números escritos na forma abc , de três algarismos, onde $b = a^2 + c^2$ e $a > 0$. Qual é o total de números que seguem essa regra?

- a) 3.
- b) 4.
- c) 5.
- d) 6.
- e) 7.



Questão 18. Em uma prova de Olimpíada de Matemática, 10% dos estudantes participantes acertaram menos do que cinco questões, 30% dos estudantes acertaram de cinco a dez questões, e o restante, 126 estudantes, acertaram mais do que dez questões. O número de estudantes que participaram da Olimpíada é igual a

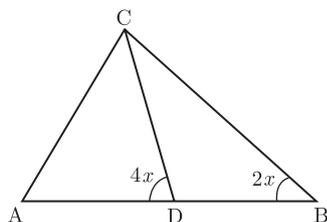
- a) 252.
- b) 210.
- c) 208.
- d) 180.
- e) 76.

Questão 19. A pequena Mabelita ficou presa em outra dimensão chamada de “mundo invertido”. Lá, ela encontrou um livro de Matemática que dizia que números primos naquele mundo são os números compostos no nosso mundo e vice-versa. Por exemplo, no mundo invertido, 6, 10 e 30 são números primos, enquanto 2, 3 e 11 são compostos. Qual é o maior número natural que não pode ser escrito como soma de dois números primos do mundo invertido?

- a) 6.
- b) 8.
- c) 10.
- d) 11.
- e) 12.

Questão 20. Considere o triângulo ABC como na figura abaixo. Sabendo que $\overline{AD} = \overline{BC}$ e que $(\overline{AD})^2 = 3 \times (\overline{BD})^2$, qual é o valor de x ?

- a) 5° .
- b) 10° .
- c) 15° .
- d) 20° .
- e) 25° .



FIM DE PROVA!