

Nome do aluno:

Ano escolar:

DATA DA APLICAÇÃO: 25/09 e 26/09

### INSTRUÇÕES:

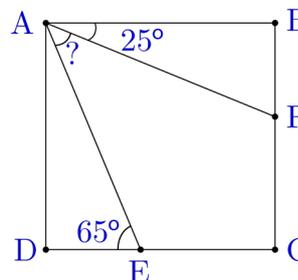
Caro(a) aluno(a):

- A duração da prova é de 2h45. Cada problema vale 1 ponto.
- Não é permitido o uso de calculadora, aparelhos eletrônicos ou quaisquer consultas a notas, livros ou internet.
- Ao terminar de resolver a prova, preencha suas respostas no cartão disponível na área reservada do site da OMDF.
- A divulgação do gabarito oficial será no dia 28 de setembro na página [www.omdf.com.br](http://www.omdf.com.br).
- Lembre-se de que, ao participar da OMDF, o aluno se compromete a não divulgar conteúdo das questões até a publicação do gabarito no site da OMDF.

Boa Prova!

**Questão 1.** Na figura, ABCD é um quadrado e a unidade de medida dos ângulos indicados é o grau ( $^{\circ}$ ). Qual é a medida do ângulo  $E\hat{A}F$  ?

- (A)  $25^{\circ}$                       (B)  $30^{\circ}$   
(C)  $35^{\circ}$                       (D)  $40^{\circ}$   
(E)  $45^{\circ}$

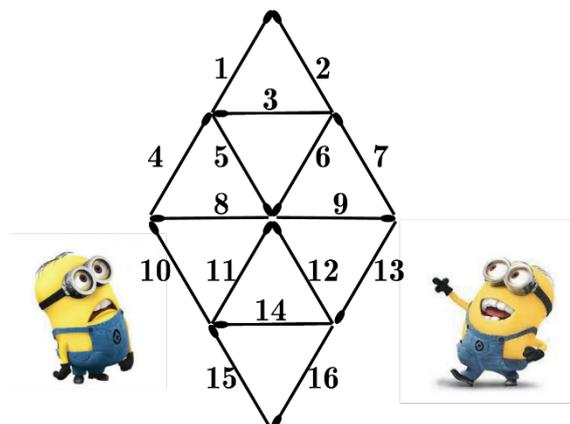


**Questão 2.** Um veterinário do Jardim Zoológico de Brasília pesou alguns animais. Ele descobriu que o leão pesa 90 kg a mais que o leopardo, e o tigre pesa 50 kg menos que o leão. Ao todo, os três animais pesam 310 kg. Quanto pesa o leão?

- (A) 180 kg                      (B) 150 kg                      (C) 140 kg                      (D) 130 kg                      (E) 100 kg

**Questão 3.** Bob organizou 16 palitos, numerados de 1 a 16, conforme mostrado na figura para que formem 8 triângulos equiláteros. Em seguida pediu a Kevin que remova 4 palitos para formar 4 triângulos equiláteros conectados por um único vértice, ou seja, que não possuam lados em comum e não tenham todos os vértices desconectados. Qual é o valor da soma dos números dos palitos que Kevin deve retirar?

- (A) 34                              (B) 38  
(C) 42                              (D) 45  
(E) 47



**Questão 4.** Dave, Kevin, Stuart, Bob e Melvin estão em fila. Dave está à frente de Kevin, mas depois de Bob. Stuart e Bob não estão lado a lado e Melvin não está ao lado de Bob, Dave ou Stuart. Quem é o primeiro da fila?

- (A) Kevin ou Melvin
- (B) Dave ou Melvin
- (C) Bob ou Melvin
- (D) Stuart ou Dave
- (E) Kevin ou Bob



**Questão 5.** Qual é o menor natural  $N$  tal que  $N!$  é um múltiplo de 18, 19, 20 e 21?

**Obs.:**  $N! = N \cdot (N - 1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$

- (A) 22
- (B) 21
- (C) 20
- (D) 19
- (E) 18

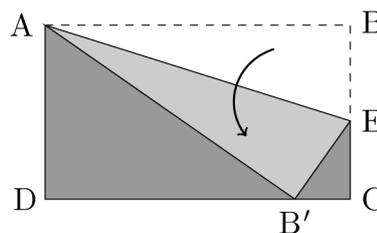
**Questão 6.** Em uma pedreira há várias pedras que pesam juntas 10 toneladas, enquanto cada uma delas não pesa mais do que 1 tonelada. Qual é a menor quantidade de caminhões, cuja capacidade de transporte é de três toneladas, que pode ser usada para transportar essa carga de uma única vez?

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 5
- (D) 6
- (E) 7



**Questão 7.** Na folha retangular ABCD mostrada, a medida do lado AB é o dobro da medida do lado BC. A folha é dobrada sobre a linha AE tal que o vértice B coincida com o ponto B' sobre o lado CD. Qual é a medida do ângulo DÂE?

- (A) 15°
- (B) 30°
- (C) 45°
- (D) 60°
- (E) 75°



**Questão 8.** Num torneio olímpico de box com 50 boxeadores em cada luta o perdedor é eliminado. Qual é o menor número de lutas que devem ser disputadas para se determinar o vencedor?

- (A) 25
- (B) 49
- (C) 50
- (D) 1225
- (E) 2450

**Questão 9.** Quantos são os números de quatro dígitos, não divisíveis por 1000, onde o primeiro e o último dígitos são pares?

- (A) 1996
- (B) 2000
- (C) 2010
- (D) 2021
- (E) 2022



**Questão 10.** Sejam  $a, b, c, d$  números inteiros positivos tais que  $(a+b)^2 - (c+d)^2 + (a+c)^2 - (b+d)^2 = 20$ . Qual é o valor do produto  $a \cdot b \cdot c \cdot d$ ?

- (A) 2                      (B) 8                      (C) 10                      (D) 12                      (E) 18

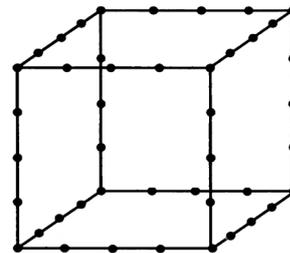
**Questão 11.** Kevin, Bob e Stu disputam uma corrida em uma pista circular. Kevin corre mais rápido do que Bob, porém é mais lento do que Stu. Eles partem juntos do mesmo ponto da pista e encerram a corrida quando a posição dos três coincide pela primeira vez novamente. Nesse intervalo de tempo, Stu ultrapassou Bob 13 vezes. Supondo as velocidades constantes, quantas ultrapassagens ocorreram no total?

- (A) 20                      (B) 25  
(C) 27                      (D) 28  
(E) 30



**Questão 12.** Cada aresta de um cubo, cujo comprimento é igual a 4, é dividida por pontos em segmentos unitários, conforme figura abaixo. Quantas retas distintas esses pontos determinam?

- (A) 640                      (B) 826  
(C) 838                      (D) 852  
(E) 960



**Questão 13.** No interior de um polígono convexo com 100 lados, 30 pontos são escolhidos aleatoriamente tais que não existem 3 deles em linha reta. Em seguida, o polígono convexo é dividido em triângulos de forma que o conjunto de vértices de todos os triângulos consiste dos 30 pontos escolhidos e dos 100 vértices do polígono original. Quantos triângulos existem?

- (A) 140                      (B) 148                      (C) 150                      (D) 158                      (E) 160

**Questão 14.** Seja  $a_n$  a sequência de números que satisfaz a seguinte lei:  $a_1 = 7$  e para  $i \geq 2$ ,  $a_i$  é a soma dos dígitos do quadrado de  $a_{i-1}$  acrescido de um. Então, por exemplo,  $a_2 = 4 + 9 + 1 = 14$ ,  $a_3 = 17 (= 1 + 9 + 6 + 1)$  e assim por diante. Qual é o milésimo termo desta sequência?

- (A) 5                      (B) 7                      (C) 8                      (D) 11                      (E) 14

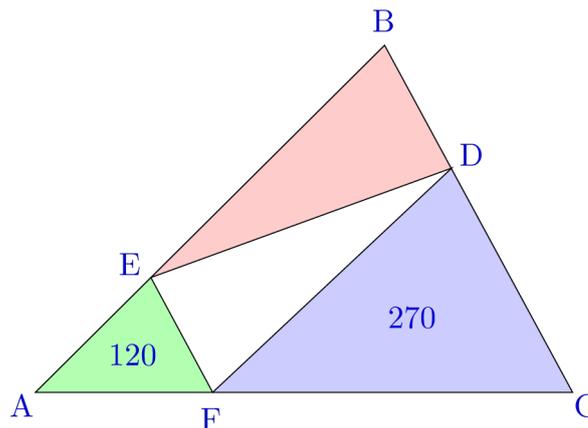
**Questão 15.** Qual é o menor natural  $n$ , de modo que o número  $(n+10)!$  termina em 2021 zeros a mais do que o número de zeros que termina o número  $n!$ ?

- (A)  $5^{2020}$                       (B)  $5^{2021}$                       (C)  $5^{2020} - 1$                       (D)  $5^{2021} - 1$                       (E)  $5^{2021} + 1$



**Questão 16.** No triângulo ABC, F é um ponto no lado AC, E é um ponto no lado AB e D é um ponto no lado BC com  $EF \parallel BC$  e  $DF \parallel AB$ . A medida da área do triângulo AEF é  $120 \text{ cm}^2$  e a medida da área do triângulo CDF é  $270 \text{ cm}^2$ . Qual é a medida da área do triângulo DEF, centímetros quadrados?

- (A) 150                      (B) 160  
 (C) 170                      (D) 180  
 (E) 200



**Questão 17.** Os números inteiros  $a_1, a_2, a_3$  formam nessa ordem uma progressão aritmética não constante, tal que  $a_1 + a_2 + a_3 = a_1^3 + a_2^3 + a_3^3$ . Qual é o valor de  $a_1^5 + a_2^5 + a_3^5$ ?

- (A) 0                      (B) 1                      (C) 2                      (D) 3                      (E) 5

**Questão 18.** Em uma pirâmide triangular, as faces laterais, cujas áreas têm medidas iguais a  $5 \text{ cm}^2, 5 \text{ cm}^2$  e  $8 \text{ cm}^2$ , formam com a base ângulos iguais. Se a área da base mede  $9 \text{ cm}^2$ , o volume da pirâmide, em  $\text{cm}^3$ , é igual a

- (A) 5                      (B) 6                      (C) 8                      (D) 10                      (E) 12

**Questão 19.** Kevin tem uma urna com 50 bolas numeradas de 1 a 50. Qual é a menor quantidade de bolas que ele deve retirar sem reposição para que tenha dois números, um dos quais divisível pelo outro?

- (A) 2                      (B) 10                      (C) 11                      (D) 25                      (E) 26

**Questão 20.** Considere a sequência de números naturais  $2, 6, 30, \dots$ , em que o  $k$ -ésimo termo é o produto dos primeiros  $k$  primos,  $k = 1, 2, \dots$ . Sabe-se que a diferença de dois números nesta sequência é 30.000, qual é o valor da soma desses números?

- (A) 30.060                      (B) 35.300                      (C) 36.000                      (D) 38.700                      (E) 39.500

**Final da prova!!!!**

