



2023

Código da escola: XXXXXX

Código do aluno: XXXXXX

DATA DA APLICAÇÃO: 05/08/2023

INSTRUÇÕES:

Caro(a) aluno(a):

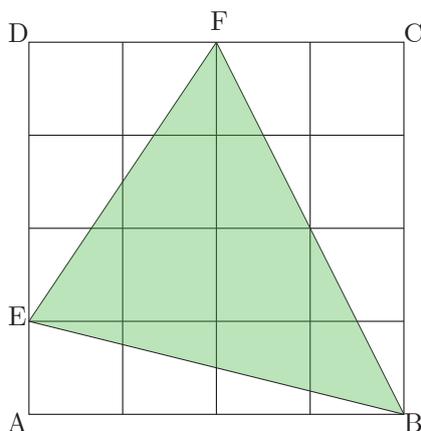
- a) A duração da prova é de 2h30. Cada problema vale 1 ponto.
- b) Não é permitido o uso de calculadoras, aparelhos eletrônicos ou quaisquer consultas a notas ou livros.
- c) Ao terminar de resolver a prova, preencha suas respostas no cartão disponível na área reservada do site da OMDF.
- d) A divulgação do gabarito oficial será no dia 08 de agosto na página www.omdf.com.br.
- e) Lembre-se de que, ao participar da OMDF, o aluno se compromete a não divulgar conteúdo das questões até a publicação do gabarito no site da OMDF.

Boa Prova!

Questão 1. Pinóquio nunca mente, exceto no sábado. No sábado, ele sempre mente. Em quantos dias da semana ele pode dizer a frase: “Se eu não menti ontem, então mentirei amanhã”?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Questão 2. Determine, em cm^2 , a área do triângulo sombreado de verde mostrado na figura a seguir, se o lado do quadrado reticulado ABCD mede 4 cm.



- (A) 7 (B) 7,5 (C) 8 (D) 8,5 (E) 9

Questão 3. Um aquário de vidro cúbico cheio até a borda com água pesa 50 kg. O mesmo aquário com metade do volume de água pesa 30 kg. Quanto pesa o aquário vazio?

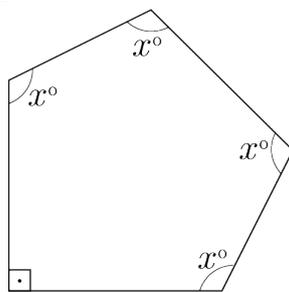
- (A) 10 kg (B) 15 kg (C) 20 kg (D) 22kg (E) 25 kg

Questão 4. Bóris e Igor são pesquisadores que trabalham numa estação científica na Antártida e gostam de beber kvass. Bóris bebe um barril de kvass em 14 dias e, junto com Igor, bebe o mesmo barril de kvass em 10 dias. Em quantos dias Igor bebe o mesmo barril de kvass sozinho?

- (A) 14 (B) 15 (C) 25 (D) 30 (E) 35



Questão 5. Na figura a seguir as medidas dos ângulos indicados estão em graus, qual é o valor de x ?



- (A) 120° (B) 108° (C) $112^\circ 5'$ (D) $112^\circ 15'$ (E) $112^\circ 30'$

Questão 6. Para quantos valores inteiros positivos de n , o número $n^4 + 2n^3 + 2n^2 + 2n + 1$ é um quadrado perfeito?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 5 (E) infinitos

Questão 7. Simplificando a expressão a seguir, obtemos:

$$\left(\sqrt[4]{32^3 \sqrt{4}} + \sqrt[4]{64^3 \sqrt{\frac{1}{2}}} - 3\sqrt[3]{2^4 \sqrt{2}} \right) \cdot \frac{3}{\sqrt[12]{2^5}}$$

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Questão 8. Pinóquio foi passear com seu cachorro Pluto no Parque da Cidade. De repente Pluto vê um gato e começa a persegui-lo. Sabe-se que a distância que Pluto corre em 5 saltos é a mesma que o gato corre em 6 saltos e a distância de Pluto ao gato é de 40 saltos de Pluto. Se os saltos dos dois são feitos simultaneamente, em quantos saltos de Pluto ele alcançará o gato?

- (A) 40 (B) 80 (C) 120 (D) 180 (E) 240

Questão 9. Existem a pontos em uma reta s e b pontos em uma reta r paralela a s . Qual é o número de triângulos que podem ser formados com esses $a + b$ pontos?

- (A) $\frac{ab(a+b-2)}{2}$
(B) $\frac{(a+b)(a+b+2)}{2}$
(C) $\frac{ab}{2}$
(D) $\frac{ab(a+b)}{2}$
(E) $\frac{ab(a+b+2)}{2}$

Questão 10. Os números $2^{1.000}$ e $5^{1.000}$ são escritos um após o outro em notação decimal. Quantos dígitos são escritos?

- (A) 1.000 (B) 1.001 (C) 2.000 (D) 2.001 (E) 1.000.000

Questão 11. A diferença entre dois números é 48, e a diferença entre a média aritmética e a média geométrica desses números é 18. Qual é o valor da soma desses dois números?

- (A) 48 (B) 49 (C) 50 (D) 52 (E) 54

Questão 12. Seja $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ uma sequência de números reais tais que $a_{n+1} = f(a_n)$, onde $f(x) = \frac{3-x}{x+1}$. Sabendo que $a_9 = 3$, determine o valor de $a_5 + a_{135}$.

- (A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12 (E) 15

Questão 13. Pinóquio comemora seu aniversário no dia **15/08/23**. Ele observou que todos os 6 dígitos da data são diferentes. Quantas datas do tipo **DD/MM/AA** de 2023 têm todos os dígitos diferentes?

- (A) 12 (B) 16 (C) 24 (D) 30 (E) 36

Questão 14. Dois lados de um triângulo medem 6 cm e 8 cm. As medianas relativas a esses dois lados são perpendiculares entre si. Determine, em cm^2 , a área do triângulo.

- (A) $\frac{4\sqrt{11}}{2}$ (B) $\frac{4\sqrt{11}}{3}$ (C) $\frac{4\sqrt{3}}{11}$ (D) $4\sqrt{11}$ (E) $4\sqrt{3}$

Questão 15. Qual é a soma dos dois últimos dígitos da potência $2^{2^{73}}$?

- (A) 2 (B) 6 (C) 12 (D) 15 (E) 16

Questão 16. Na primeira reunião entre marcianos e terráqueos, descobriu-se que as pernas dos marcianos são iguais às dos terráqueos, mas o número de dedos nas mãos é diferente. Embora houvesse 6 marcianos a mais do que terráqueos no encontro, o número total de dedos (nas mãos e nos pés) dos marcianos era 1 a menos. Quantos participantes estavam na reunião?

- (A) 123 (B) 236 (C) 249 (D) 250 (E) 313

Questão 17. No circuncírculo do triângulo ABC marcam-se os pontos K, L, M , diferentes dos vértices do triângulo. Sabe-se que $\overline{AK} = \overline{AB}$ e $\overline{CM} = \overline{CA}$. Sabendo que $\angle A = 74^\circ$ e $\angle B = 38^\circ$, qual é a diferença em módulo entre o maior e o menor ângulo do triângulo KLM ?

- (A) 110° (B) 102° (C) 90° (D) 54° (E) 48°
-

Questão 18. No quadrado $ABCD$, marcam-se os pontos M e N sobre os lados BC e CD , respectivamente, tais que $\frac{BM}{MC} = \frac{1}{2}$ e $\frac{CN}{ND} = \frac{3}{2}$. Determine a área do pentágono limitada pelos segmentos de reta BC , CD , AM , BD e AN , sabendo que o comprimento do lado do quadrado é a .

- (A) $\frac{4}{21} a^2$ (B) $\frac{11}{24} a^2$ (C) $\frac{337}{840} a^2$ (D) $\frac{221}{640} a^2$ (E) $\frac{227}{640} a^2$
-

Questão 19. Qual é o menor número de tipos de moedas que a Casa da Moeda deve emitir para que qualquer valor de 1 a 20 reais possa ser pago em não mais que duas moedas sem a necessidade de troco?

- (A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 6 (E) 7
-

Questão 20. Qual é a maior raiz real da equação $x^4 + 8x - 7 = 0$?

- (A) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3}$
(B) $\frac{-\sqrt{2} + \sqrt{8\sqrt{2} - 2}}{2}$
(C) $\frac{-\sqrt{2} + \sqrt{8\sqrt{2} + 2}}{2}$
(D) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{8\sqrt{2} + 2}}{2}$
(E) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{8\sqrt{2} - 2}}{2}$
-

FIM DA PROVA!