

Nome do Aluno: _____

DATA DA APLICAÇÃO: 25/05/2018

INSTRUÇÕES:

Caro(a) aluno(a):

- A duração da prova é de 3 horas. Cada problema vale 1 ponto.
- Você poderá, se necessário, solicitar papel para rascunho.
- Não é permitido o uso de calculadoras, aparelhos eletrônicos ou quaisquer consultas a notas ou livros.
- Ao terminar, entregue esta prova (com os rascunhos) e a folha de resposta ao (à) professor(a) aplicador(a).
- A divulgação do gabarito oficial será no dia 29 de maio na página www.omdf.com.br.
- Lembre-se de que, ao participar da OMDF, o aluno se compromete a não divulgar conteúdo das questões até a publicação do gabarito no site da OMDF.

Boa Prova!

Questão 1. De quantas maneiras diferentes Zoroastro pode organizar os números naturais de 1 a 100 em uma linha reta, de modo que a diferença entre números vizinhos não seja diferente de 1?

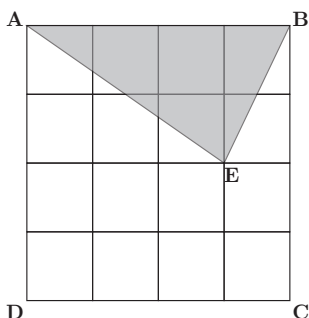
- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

Questão 2. Seja a um número inteiro, quanto vale a quinta parte do resultado da expressão $4^a + 4^{a+1} + 4^{a+2} + 4^{a+3}$?

- 4^a .
- $5 \cdot 4^a$.
- $7 \cdot 4^a$.
- $13 \cdot 4^a$.
- $17 \cdot 4^a$.

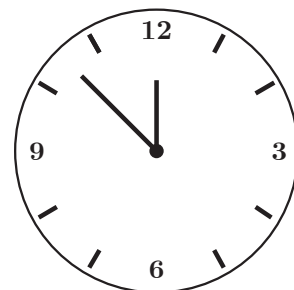
Questão 3. No quadriculado abaixo, que fração da área do quadrado ABCD representa o triângulo cinza ABE?

- $\frac{1}{2}$.
- $\frac{1}{3}$.
- $\frac{1}{4}$.
- $\frac{1}{5}$.
- $\frac{1}{6}$.



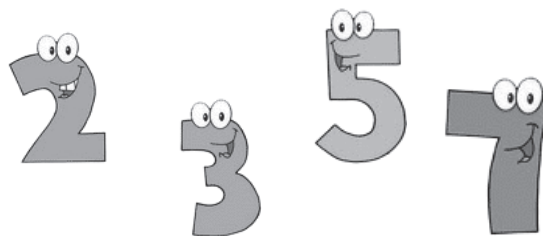
Questão 4. Quantos graus gira o ponteiro das horas de um relógio em 0,5 hora?

- 15°.
- 30°.
- 45°.
- 60°.
- 75°.



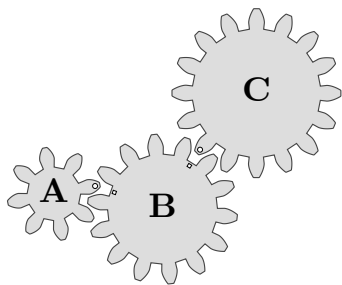
Questão 5. Piotr multiplicou os 100 primeiros números naturais primos. Qual é o algarismo das unidades do produto encontrado por Piotr?

- 0.
- 1.
- 2.
- 3.
- 4.



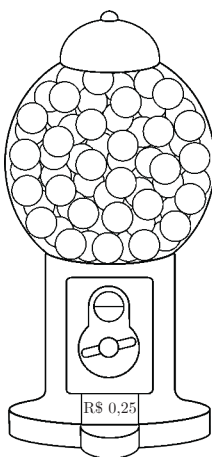
Questão 6. Na figura abaixo, a engrenagem A tem 8 dentes, a engrenagem B tem 14 dentes e a engrenagem C tem 16 dentes. Quantas voltas completas da engrenagem A são necessárias para que as três engrenagens voltem à posição inicial?

- a) 10.
- b) 11.
- c) 12.
- d) 13.
- e) 14.



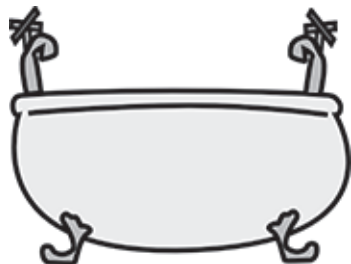
Questão 7. Sophie está diante de uma máquina de chicletes de bola. Ela observa que no interior da máquina há apenas 8 chicletes vermelhos, 6 chicletes brancos e 4 chicletes verdes. Para conseguir um chiclete é necessário colocar R\$ 0,25 na máquina. Quantos reais no máximo ela deve gastar para com certeza conseguir 3 chicletes vermelhos?

- a) R\$ 2,50.
- b) R\$ 2,75.
- c) R\$ 3,25.
- d) R\$ 3,50.
- e) R\$ 3,75.



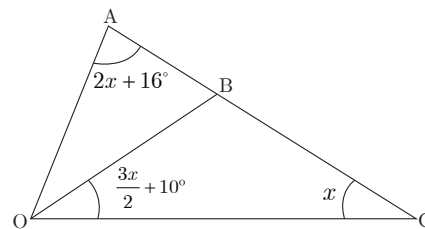
Questão 8. Uma tanque possui duas torneiras, uma para água quente e outra para água fria. A torneira de água quente enche o tanque em 23 minutos e a torneira de água fria enche o tanque em 17 minutos. Depois de quantos minutos após abrir a torneira de água quente, Katiucha deve abrir a torneira de água fria para que o volume de água quente seja 1,5 vezes maior que o volume de água fria assim que o tanque estiver cheio?

- a) 7 minutos.
- b) 9 minutos.
- c) 10 minutos.
- d) 11 minutos.
- e) 13 minutos.



Questão 9. Na figura abaixo, \overline{OB} é bissetriz do ângulo \widehat{AOC} . Qual é a medida do ângulo \widehat{OAB} ?

- a) 24° .
- b) 36° .
- c) 45° .
- d) 64° .
- e) 72° .



Questão 10. Piotr inventou a operação aritmética \otimes e a definiu como $a \otimes b = \frac{mmc(a, b)}{mdc(a, b)}$. Usando a operação de Piotr, qual é o valor de $(12 \otimes 8) \otimes 10$?

- a) 4.
- b) 6.
- c) 9.
- d) 12.
- e) 15.

Questão 11. O café cru perde um quinto de seu peso ao ser torrado. Comprando o café cru ao preço de R\$ 1,20 por quilograma, qual deve ser o preço de venda do quilograma do café torrado se o revendedor quer um lucro de 10%?

- a) R\$ 1,32.
- b) R\$ 1,44.
- c) R\$ 1,50.
- d) R\$ 1,65.
- e) R\$ 1,70.



Questão 12. Sejam x e y números racionais que satisfazem ao sistema de equações a seguir

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 19 \\ x^2y - xy^2 = 6 \end{cases}$$

Qual é o valor de $x - y$?

- a) 1.
- b) 2.
- c) 3.
- d) 4.
- e) 5.

Questão 13. Katiucha e Kalinka estavam passeando no Parque Gorky. Elas caminhavam em uma pista circular cercada por um anel de árvores e decidiram contar o número de árvores nesse círculo. Katiucha caminhou na pista e contou todas as árvores. Kalinka fez o mesmo, mas começou de uma árvore diferente. A 20ª árvore de Katiucha era a 7ª árvore de Kalinka, enquanto a 7ª árvore de Katiucha era a 94ª árvore de Kalinka. Quantas árvores existem em torno da pista?

- a) 94.
- b) 96.
- c) 98.
- d) 100.
- e) 102.

Questão 14. Quantos pares (a, b) de números inteiros positivos existem tais que $\sqrt{0,aaaa\dots} = 0,bbbb\dots$?

Obs.: Os números $0,aaaa\dots$ e $0,bbbb\dots$ são dízimas periódicas.

- a) 1.
- b) 2.
- c) 3.
- d) 4.
- e) 5.

Questão 15. Quantos números primos p existem tais que $p, 2p + 1$ e $4p + 1$ são todos números primos?

- a) 0.
- b) 1.
- c) 2.
- d) 3.
- e) infinitos.

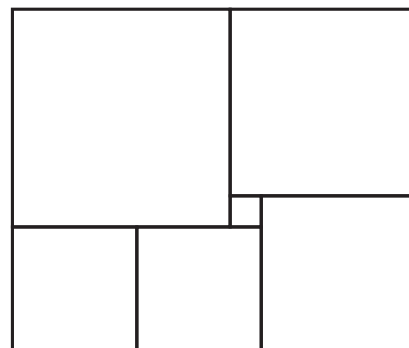
Questão 16. Seja a um número real tal que $a > 2$. Qual dos valores a seguir é igual a expressão

$$\sqrt{a + 2\sqrt{a-1}} + \sqrt{a - 2\sqrt{a-1}}?$$

- a) $\sqrt{a-1}$.
- b) $2\sqrt{a-1}$.
- c) 1.
- d) 2.
- e) a .

Questão 17. Piotr montou um retângulo com seis quadrados (veja a figura abaixo). Qual é a medida da área do retângulo de Piotr, se o lado do menor quadrado mede 1 cm?

- a) 90 cm².
- b) 112 cm².
- c) 120 cm².
- d) 132 cm².
- e) 143 cm².



Questão 18. Vamos chamar um número de seis algarismos não nulos de *feliz* se a soma dos três primeiros algarismos for igual à soma dos três últimos algarismos. Qual dos seguintes primos é divisor da soma de todos os números *felizes*?

- a) 2.
- b) 3.
- c) 5.
- d) 13.
- e) 17.

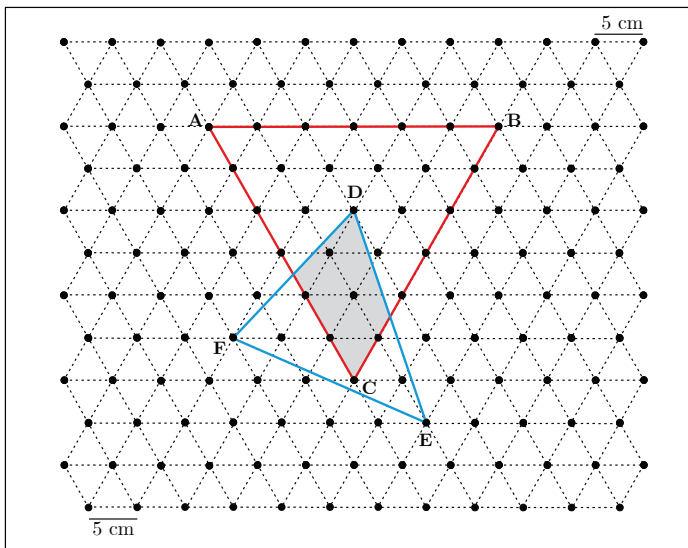
Questão 19. Na festa de aniversário de Piotr havia 27 pessoas, entre meninos e meninas. Todo menino é amigo de exatamente 4 meninas e cada menina é amiga de exatamente 5 meninos. Quantas meninas estavam presentes à festa?

- a) 10.
- b) 12.
- c) 15.
- d) 16.
- e) 18.



Questão 20. Numa aula de geometria sobre o tema áreas, o professor construiu, usando pregos e uma tábua, um geoplano isométrico, no qual a distância entre quaisquer dois pregos adjacentes é igual a 5 cm .

Em seguida, cada aluno deveria, utilizando elásticos, construir os triângulos ABC e DEF , conforme a figura a seguir.



Qual é o valor da área comum aos dois triângulos, destacada na figura?

- a) $20\sqrt{3}\text{ cm}^2$.
- b) $25\sqrt{3}\text{ cm}^2$.
- c) $40\sqrt{3}\text{ cm}^2$.
- d) $50\sqrt{3}\text{ cm}^2$.
- e) $60\sqrt{3}\text{ cm}^2$.

FIM DA PROVA!