

Nome do Aluno: _____

DATA DA APLICAÇÃO: 25/05/2018

INSTRUÇÕES:

Caro(a) aluno(a):

- A duração da prova é de 3 horas. Cada problema vale 1 ponto.
- Você poderá, se necessário, solicitar papel para rascunho.
- Não é permitido o uso de calculadoras, aparelhos eletrônicos ou quaisquer consultas a notas ou livros.
- Ao terminar, entregue esta prova (com os rascunhos) e a folha de resposta ao (à) professor(a) aplicador(a).
- A divulgação do gabarito oficial será no dia 29 de maio na página www.omdf.com.br.
- Lembre-se de que, ao participar da OMDF, o aluno se compromete a não divulgar conteúdo das questões até a publicação do gabarito no site da OMDF.

Boa Prova!

Questão 1. Seja a um número inteiro, quanto vale a quinta parte do resultado da expressão $4^a + 4^{a+1} + 4^{a+2} + 4^{a+3}$?

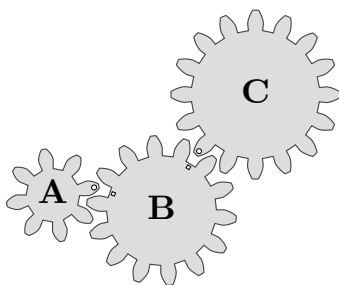
- 4^a .
- $5 \cdot 4^a$.
- $7 \cdot 4^a$.
- $13 \cdot 4^a$.
- $17 \cdot 4^a$.

Questão 2. Qual é a soma dos algarismos na notação decimal do resultado de $4^{12} \times 5^{21}$?

- 8.
- 9.
- 10.
- 11.
- 12.

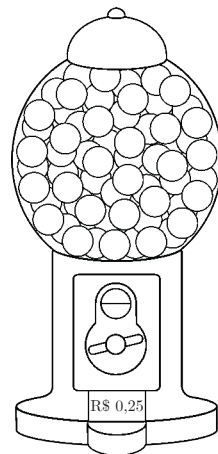
Questão 3. Na figura abaixo, a engrenagem A tem 8 dentes, a engrenagem B tem 14 dentes e a engrenagem C tem 16 dentes. Quantas voltas completas da engrenagem A são necessárias para que as três engrenagens voltem à posição inicial?

- 10.
- 11.
- 12.
- 13.
- 14.



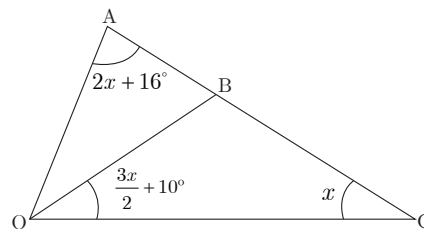
Questão 4. Sophie está diante de uma máquina de chicletes de bola. Ela observa que no interior da máquina há apenas 8 chicletes vermelhos, 6 chicletes brancos e 4 chicletes verdes. Para conseguir um chiclete é necessário colocar R\$ 0,25 na máquina. Quantos reais no máximo ela deve gastar para com certeza conseguir 3 chicletes vermelhos?

- R\$ 2,50.
- R\$ 2,75.
- R\$ 3,25.
- R\$ 3,50.
- R\$ 3,75.



Questão 5. Na figura abaixo, \overline{OB} é bissetriz do ângulo \widehat{AOC} . Qual é a medida do ângulo \widehat{OAB} ?

- 24° .
- 36° .
- 45° .
- 64° .
- 72° .

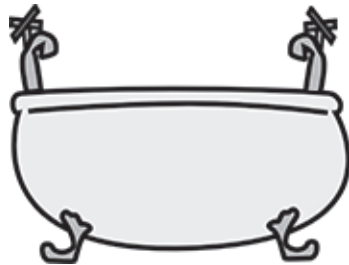


Questão 6. Azambuja organiza seus lápis, borrachas e canetas em quatro estojos de forma regular, tal que em cada dois estojos um par de objetos coincide no tipo e na cor. No primeiro estojo, há uma caneta **preta**, um lápis **verde** e uma borracha **vermelha**; no segundo estojo, há uma caneta **azul**, um lápis **verde** e uma borracha **amarela**; no terceiro estojo, há uma caneta **preta**, um lápis **roxo** e uma borracha **amarela**. Quais objetos estão no quarto estojo?

- a) uma caneta preta, um lápis amarelo e uma borracha vermelha.
- b) uma caneta azul, um lápis verde e uma borracha vermelha.
- c) uma caneta azul, um lápis roxo e uma borracha vermelha.
- d) uma caneta azul, um lápis roxo e uma borracha amarela.
- e) uma caneta preta, um lápis roxo e uma borracha vermelha.

Questão 7. Uma tanque possui duas torneiras, uma para água quente e outra para água fria. A torneira de água quente enche o tanque em 23 minutos e a torneira de água fria enche o tanque em 17 minutos. Depois de quantos minutos após abrir a torneira de água quente, Katiucha deve abrir a torneira de água fria para que o volume de água quente seja 1,5 vezes maior que o volume de água fria assim que o tanque estiver cheio?

- a) 7 minutos.
- b) 9 minutos.
- c) 10 minutos.
- d) 11 minutos.
- e) 13 minutos.



Questão 8. Piotr inventou a operação aritmética \otimes e a definiu como $a \otimes b = \frac{mmc(a, b)}{mdc(a, b)}$. Usando a operação de Piotr, qual é o valor de $(12 \otimes 8) \otimes 10$?

- a) 4.
- b) 6.
- c) 9.
- d) 12.
- e) 15.

Questão 9. O café cru perde um quinto de seu peso ao ser torrado. Comprando o café cru ao preço de R\$ 1,20 por quilograma, qual deve ser o preço de venda do quilograma do café torrado se o revendedor quer um lucro de 10%?

- a) R\$ 1,32.
- b) R\$ 1,44.
- c) R\$ 1,50.
- d) R\$ 1,65.
- e) R\$ 1,70.



Questão 10. Sejam x e y números reais positivos. Qual é o maior valor possível para a razão $\frac{x}{y}$, sabendo que a razão entre a média aritmética e a média geométrica de x e y é igual a $\frac{25}{24}$?

- a) $\frac{2}{3}$.
- b) $\frac{3}{2}$.
- c) $\frac{9}{16}$.
- d) $\frac{16}{9}$.
- e) $\frac{4}{3}$.

Questão 11. Quantos números inteiros positivos de 9 algarismos existem tais que a soma dos seus algarismos é par?

- a) 10^7 .
- b) 9×10^7 .
- c) 45×10^7 .
- d) 10^8 .
- e) 9×10^8 .

Questão 12. Um número natural é chamado *azambujeano* se o seu algarismo das unidades é 6 e quando esse algarismo 6 é colocado no início do número, na frente dos demais, ele aumenta em quatro vezes. Qual é a soma dos algarismos do menor número *azambujeano*?

- a) 27.
- b) 28.
- c) 29.
- d) 30.
- e) 35.

Questão 13. Se x e y são números reais que satisfazem ao sistema de equações

$$\begin{cases} (x^2 + xy + y^2)\sqrt{x^2 + y^2} = 185 \\ (x^2 - xy + y^2)\sqrt{x^2 + y^2} = 65 \end{cases}$$

Qual é o maior valor possível para a soma $x + y$?

- a) 1.
- b) 5.
- c) 7.
- d) 9.
- e) 10.

Questão 14. Uma empresa de artigos para pesca começou a operar em maio de 2018. O proprietário decidiu começar o primeiro mês produzindo 5 unidades de certo produto e a cada mês, produzir o dobro do que havia produzido no mês anterior, acrescido de 3 unidades. Após n meses completos em funcionamento, a empresa estará produzindo mais de 10000 unidades desse mesmo produto. Qual é o menor valor possível de n ?

- a) 9.
- b) 10.
- c) 11.
- d) 12.
- e) 13.

Questão 15. Na festa de aniversário de Piotr havia 27 pessoas, entre meninos e meninas. Todo menino é amigo de exatamente 4 meninas e cada menina é amiga de exatamente 5 meninos. Quantas meninas estavam presentes à festa?

- a) 10.
- b) 12.
- c) 15.
- d) 16.
- e) 18.



Questão 16. A hipotenusa de um triângulo retângulo tem medida igual a e os catetos medidas iguais a b e c . Qual é o valor mínimo da razão $\frac{a}{\sqrt{bc}}$?

- a) 1.
- b) $\sqrt{2}$.
- c) $\frac{1}{2}$.
- d) $\sqrt{3}$.
- e) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Questão 17. Na tabela abaixo os números em cada linha e em cada coluna constituem progressões geométricas.

		6	
72			
			40,5
	144		

Qual é o valor da soma dos números da quarta coluna?

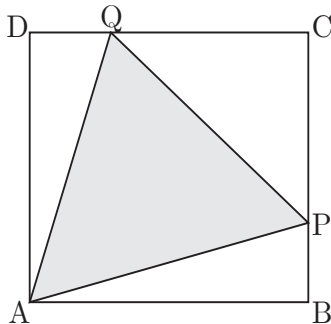
- a) 80.
- b) 135.
- c) 189,25.
- d) 233,75.
- e) 236.

Questão 18. Ao preparar um copo de café com leite, Marcos encheu uma xícara no formato de um tronco de cone circular reto de diâmetros das bases 6 cm e 8 cm e altura 9 cm com leite até uma altura de $\frac{2}{3}$ da xícara. Em seguida, completou a xícara até a borda superior com café. Qual é a razão entre o volume de leite e o volume de café contidos na xícara?

- a) $\frac{1286}{961}$.
 b) $\frac{643}{961}$.
 c) $\frac{602}{397}$.
 d) $\frac{397}{602}$.
 e) $\frac{216}{729}$.

Questão 19. Azambuja tem uma folha retangular ABCD de dimensões $\overline{AB} = a$ e $\overline{BC} = b$, na qual quer efetuar três cortes para obter um triângulo equilátero. Portanto, escolhe o ponto P sobre BC e o ponto Q sobre CD, obtendo o triângulo equilátero APQ. Qual é o comprimento do segmento BP?

- a) $2a - b\sqrt{3}$.
 b) $a - 2b\sqrt{3}$.
 c) $3b - a\sqrt{3}$.
 d) $2b - a\sqrt{3}$.
 e) $b - a\sqrt{3}$.



Questão 20. Zoroastro, Azambuja, Piotr e Sophie se encontram para trocar figurinhas da Copa da Rússia 2018. Eles têm respectivamente 20, 30, 40 e 50 figurinhas em suas coleções e observam que cada par de amigos têm 6 figurinhas em comum e cada trio de amigos têm 1 figurinha em comum. Se nenhuma figurinha é comum às 4 coleções, quantas figurinhas distintas têm as 4 coleções juntas?

- a) 104.
 b) 108.
 c) 120.
 d) 136.
 e) 140.

FIM DA PROVA!