CADERNO DE QUESTÕES

OMDF

2ª Fase

Nível 1

6º e 7º Anos do Ensino Fundamental

3ª Olímpiada de Matemática do Distrito Federal
Segunda Fase

31 de Agosto de 2019

Nome completo

Endereço completo

Complemento (casa, apartamento, bloco) **Bairro**

Cidade **UF** **CEP**

Email **Telefone (celular)**

Assinatura **Telefone (alternativo)**

Marque o grupo de sua escola

☐ GRUPO 1 (SEDF) ☐ GRUPO 2

CÓDIGO DO ALUNO

INSTRUÇÕES

1. Preencha os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma!
2. Escreva seu código no espaço acima e em todas as páginas!
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova.
6. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador. A solução de cada questão deve ser escrita no local reservado para ela, de maneira organizada e legível. Não serão aceitas soluções fora das áreas destinadas a ela.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.
8. **ATENÇÃO!!! Justifique todas as suas respostas. RESPOSTAS SEM JUSTIFICATIVAS NÃO SERÃO PONTUADAS!**
9. **Não é permitido:**
   a) usar calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
   b) comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
   c) usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios com calculadora, máquinas fotográficas, etc.).

O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa Prova!

Acesse nossa página www.omdf.com.br

ATENÇÃO! Estudante, não escreva nada nesta página!!!

FOLHA DE CORREÇÃO

	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	TOTAL
CORRETOR					
REVISOR					

De acordo,

Brasília-DF, ______ de _______________ de 2019.

____

Coordenador Acadêmico da OMDF

____

Presidente da Comissão da OMDF

Questão 1. Quando falamos em acessibilidade, sabemos que é algo que ainda não é tratado com a devida importância. Vide a maioria das calçadas que não possuem o mínimo de acesso e tem muitas barreiras como buracos, pisos desnivelados e falta de rampas. Ideias sempre surgem para tentar amenizar essa situação. Uma dessas ideias é da designer industrial **Snežana Jeremić**, que desenhou uma mistura entre escadarias e rampas.

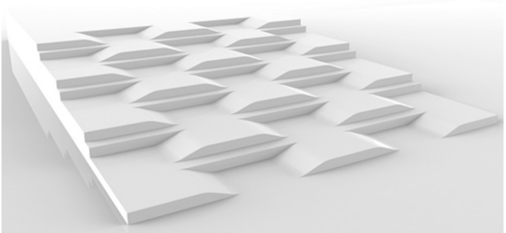


Figura 1

O conceito sugere uma série de pequenas rampas curtas com degraus, permitindo a quem usa cadeiras de rodas subir de uma maneira mais fácil. Carrinhos de bebê e bicicletas também seriam beneficiados com essa ideia.

Fonte: https://comunicadores.info/2017/03/20

A imagem a seguir ilustra um modelo desta escada, na qual cada degrau possui quatro rampas de acesso. Na imagem abaixo, cada uma das rampas recebeu um nome A_i, B_i, C_i e D_i, para i = 1, 2,3, ..., 7.

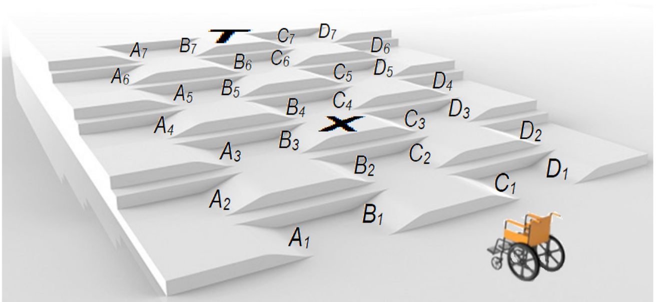


Figura 2

Um cadeirante encontra-se no plano mais baixo e pretende subir essa escadaria. Durante a subida, todas as vezes que o cadeirante sobe um degrau ele não descerá para o degrau inferior. Por exemplo, para chegar ao segundo degrau ele pode fazer os seguintes trajetos: A_1A_2, B_1B_2, B_1C_2, C_1B_2, C_1C_2 e D_1D_2.

(a) (10 pontos) Quantos percursos distintos o cadeirante pode fazer para chegar ao ponto X no terceiro degrau, indicado na figura 2?

Corretor	Revisor

(b) (15 pontos) Quantos percursos distintos o cadeirante pode fazer para chegar ao terceiro degrau da escada?

Corretor	Revisor

(c) (25 pontos) Determine o número de percursos distintos que o cadeirante pode fazer para chegar ao ponto T no sétimo degrau passando pelo ponto X indicados na figura 2?

Corretor	Revisor

Questão 2. O jogo ***AzambujaTiling*** consiste de um ***poliminó*** (figura plana formada por quadrados unidos pelos lados) e por uma grade quadrada reticulada com n linhas e n colunas formada por pequenos quadrados numerados consecutivamente com 1, 2, 3, ... na linha superior da esquerda para a direita, depois na linha seguinte da esquerda para a direita e assim por diante. Por exemplo, na figura 1 a seguir temos um **heptaminó** (7 quadrados unidos pelos lados) e na figura 2 uma grade reticulada com 10 linhas e 10 colunas.

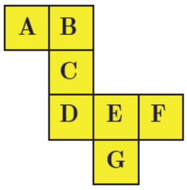


Figura 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Figura 2

O jogo consiste em um aluno cobrir células do reticulado com o poliminó que pode ser girado e invertido. Cada célula do poliminó deve cobrir exatamente uma célula do reticulado. A seguir outro aluno deve responder às perguntas do Professor Zoroastro.

(a) (10 pontos) De todos números que podem ser cobertos na grade reticulada pelo heptaminó tal que a letra B cubra o número 32, qual é o maior resto possível na divisão por 10 que podemos obter?

Corretor	Revisor

(b) (15 pontos) Qual é a maior soma possível que pode ser obtida cobrindo-se células do reticulado da figura 2 com o heptaminó?

Corretor	Revisor

(c) (25 pontos) Prof. Zoroastro troca o ***heptaminó*** por dois ***nonaminós*** (figuras 3 e 4 abaixo). Mostre que, para todas as configurações possíveis nas quais as células **E** dos dois ***nonaminós*** cobrem o mesmo número, a soma de todas células cobertas é invariante, ou seja, obtemos sempre a mesma soma. Determine o valor da soma de todas as células cobertas quando a célula **E** do ***nonaminó*** cobre o número 55.

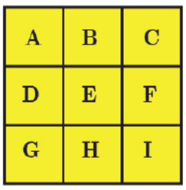


Figura 3

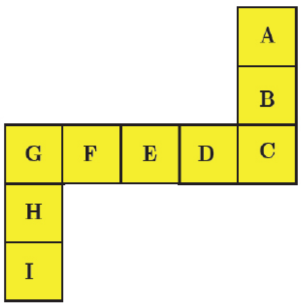
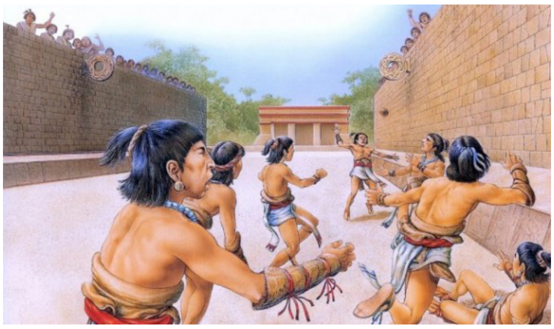


Figura 4

Corretor	Revisor

Questão 3. Em viagem ao México, durante as férias, Pedro teve a oportunidade de conhecer as ruínas maias de *Chichén Itzá*, localizadas no município de Tinum, a cerca de 200 km da famosa cidade de Cancún. Dentre as muitas coisas que aprendeu sobre o povo maia, o que mais lhe chamou atenção foi um jogo típico praticado por eles. Denominado de *Juego de Pelota* pelos conquistadores, o referido jogo tinha como objetivo fazer uma bola feita de borracha passar pelo interior de um aro fixado no alto de uma das paredes que circundavam um gramado plano. Havia um aro para cada time. No *Juego de Pelota* não se podia utilizar as mãos e os pés, de modo que golpear a bola com os quadris, cotovelos ou joelhos era a maneira mais eficaz de pontuar. Vencia o time que mais pontuava em um determinado período de tempo. O maior de todos os campos conhecidos desse jogo é o de *Chichén Itzá*, com 168 m de comprimento e 70 m de largura.



Fonte: https://ensinarhistoriajoelza.com.br

Quando retornou às aulas, Pedro quis ensinar o jogo que havia aprendido aos colegas. Para isso, promoveu uma partida entre duas equipes, time A contra o time B. Os resultados foram apresentados da seguinte forma:

$$\frac{\textit{quantidade de acertos do time A}}{\textit{total de acertos de ambos os times}} = \frac{7}{11} \text{ e } \frac{\textit{quantidade de erros do time B}}{\textit{total de tentativas de acertar o aro}\left(\textit{certas e erradas}\right)\textit{ de ambos os times}} = \frac{1}{4}$$

(a) (10 pontos) Qual time venceu a partida, ou seja, qual time obteve o maior número de acertos?

Corretor	Revisor

(b) (15 pontos) Qual é o menor número possível de tentativas, certas e erradas, de acertar o aro de ambos os times?

Corretor	Revisor

(c) (25 pontos) Sabendo que $\dfrac{\textit{quantidade de acertos do time B}}{\textit{quantiade de erros do time A}} = \dfrac{4}{5}$, encontre a quantidade mínima possível de erros do time B?

Corretor	Revisor

Questão 4. Fércones é um construtor que está projetando um muro de gravidade de concreto, figura 1, cuja fachada lateral tem o formato de um pentágono formado pelo quadrado $ABCD$ e pelo triângulo retângulo CDE, figura 2. O muro de gravidade é apoiado no chão e será responsável por dar suporte a uma obra futura de engenharia. O muro será revestido com placas cerâmicas de $2\ m \times 2\ m$. Por serem placas muito rígidas, não é possível cortá-las e deverão cobrir a maior área possível, sem sobreposição e sem ultrapassar a área construída do muro. Fércones deseja fazer um planejamento do serviço a ser executado.

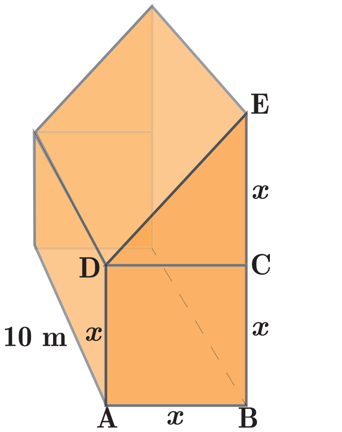


Figura 1: Muro de gravidade

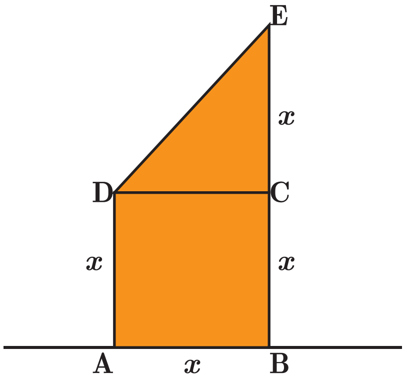


Figura 2: Fachada Lateral

Dados :
$x = 10m$
$\sqrt{2} = 1,4$

Figura 3: Dados do problema

(a) (10 pontos) Determine o valor do comprimento DE e o número de peças de cerâmica necessárias para revestir a fachada lateral do muro. As peças serão assentadas com os lados paralelos aos lados do quadrado ABCD. Utilize os dados da figura 3.

Corretor	Revisor

(b) (15 pontos) Sabe-se que a área da fachada lateral que não for revestida pelas placas deve ser preenchida com uma massa aderente e que a altura da camada de massa a ser utilizada é de 5 cm. Qual o volume de massa, em m^3, necessário para executar o trabalho?

Corretor	Revisor

(c) (25 pontos) Sabe-se que o muro prolonga-se em uma profundidade de $10m$ mantendo a mesma seção transversal. Imagine agora que Fércones deseja planejar o revestimento de todas as faces expostas do muro com as mesmas orientações construtivas utilizadas nos cálculos dos itens (a) e (b). Determine a área a ser preenchida, em m^2, pelas placas em todo o muro, e também o número de placas a serem utilizadas.

Corretor	Revisor

RASCUNHO