

DATA DA APLICAÇÃO: 25/09 e 26/09

INSTRUÇÕES:

Caro(a) aluno(a):

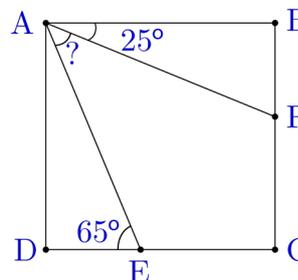
- A duração da prova é de 2h45. Cada problema vale 1 ponto.
- Não é permitido o uso de calculadora, aparelhos eletrônicos ou quaisquer consultas a notas, livros ou internet.
- Ao terminar de resolver a prova, preencha suas respostas no cartão disponível na área reservada do site da OMDF.
- A divulgação do gabarito oficial será no dia 28 de setembro na página www.omdf.com.br.
- Lembre-se de que, ao participar da OMDF, o aluno se compromete a não divulgar conteúdo das questões até a publicação do gabarito no site da OMDF.

Boa Prova!

Questão 1. Na figura, ABCD é um quadrado e a unidade de medida dos ângulos indicados é o grau ($^{\circ}$). Qual é a medida do ângulo $E\hat{A}F$?

- (A) 25° (B) 30°
(C) 35° (D) 40°
(E) 45°

Gabarito: LETRA D



Questão 2. Um veterinário do Jardim Zoológico de Brasília pesou alguns animais. Ele descobriu que o leão pesa 90 kg a mais que o leopardo, e o tigre pesa 50 kg menos que o leão. Ao todo, os três animais pesam 310 kg. Quanto pesa o leão?

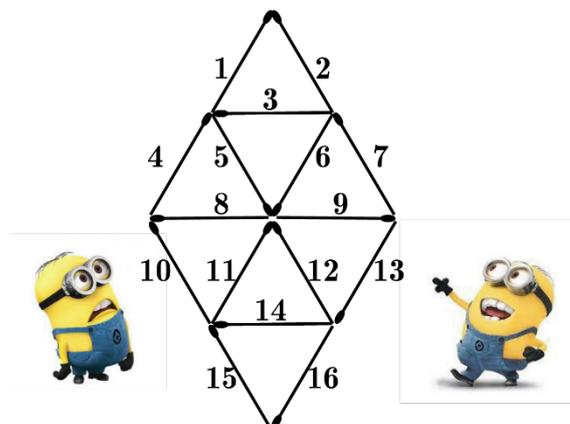
- (A) 180 kg (B) 150 kg (C) 140 kg (D) 130 kg (E) 100 kg

Gabarito: LETRA B

Questão 3. Bob organizou 16 palitos, numerados de 1 a 16, conforme mostrado na figura para que formem 8 triângulos equiláteros. Em seguida pediu a Kevin que remova 4 palitos para formar 4 triângulos equiláteros conectados por um único vértice, ou seja, que não possuam lados em comum e não tenham todos os vértices desconectados. Qual é o valor da soma dos números dos palitos que Kevin deve retirar?

- (A) 34 (B) 38
(C) 42 (D) 45
(E) 47

Gabarito: LETRA A



Questão 4. Dave, Kevin, Stuart, Bob e Melvin estão em fila. Dave está à frente de Kevin, mas depois de Bob. Stuart e Bob não estão lado a lado e Melvin não está ao lado de Bob, Dave ou Stuart. Quem é o primeiro da fila?

- (A) Kevin ou Melvin
- (B) Dave ou Melvin
- (C) Bob ou Melvin
- (D) Stuart ou Dave
- (E) Kevin ou Bob



Gabarito: LETRA C

Questão 5. Qual é o menor natural N tal que $N!$ é um múltiplo de 18, 19, 20 e 21?

Obs.: $N! = N \cdot (N - 1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$

- (A) 22
- (B) 21
- (C) 20
- (D) 19
- (E) 18

Gabarito: LETRA D

Questão 6. Em uma pedreira há várias pedras que pesam juntas 10 toneladas, enquanto cada uma delas não pesa mais do que 1 tonelada. Qual é a menor quantidade de caminhões, cuja capacidade de transporte é de três toneladas, que pode ser usada para transportar essa carga de uma única vez?

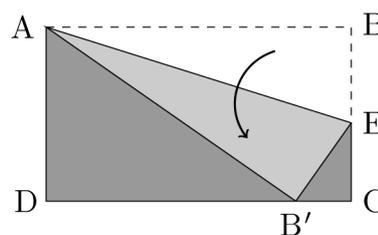
- (A) 3
- (B) 4
- (C) 5
- (D) 6
- (E) 7



Gabarito: LETRA C

Questão 7. Na folha retangular ABCD mostrada, a medida do lado AB é o dobro da medida do lado BC. A folha é dobrada sobre a linha AE tal que o vértice B coincida com o ponto B' sobre o lado CD. Qual é a medida do ângulo DÂE?

- (A) 15°
- (B) 30°
- (C) 45°
- (D) 60°
- (E) 75°



Gabarito: LETRA E

Questão 8. Num torneio olímpico de box com 50 boxeadores em cada luta o perdedor é eliminado. Qual é o menor número de lutas que devem ser disputadas para se determinar o vencedor?

- (A) 25
- (B) 49
- (C) 50
- (D) 1225
- (E) 2450

Gabarito: LETRA B

Questão 9. Quantos são os números de quatro dígitos, não divisíveis por 1000, onde o primeiro e o último dígitos são pares?

- (A) 1996
- (B) 2000
- (C) 2010
- (D) 2021
- (E) 2022

Gabarito: LETRA A



Questão 10. Sejam a, b, c, d números inteiros positivos tais que $(a+b)^2 - (c+d)^2 + (a+c)^2 - (b+d)^2 = 20$. Qual é o valor do produto $a \cdot b \cdot c \cdot d$?

- (A) 2 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 18

ANULADA

Questão 11. Kevin, Bob e Stu disputam uma corrida em uma pista circular. Kevin corre mais rápido do que Bob, porém é mais lento do que Stu. Eles partem juntos do mesmo ponto da pista e encerram a corrida quando a posição dos três coincide pela primeira vez novamente. Nesse intervalo de tempo, Stu ultrapassou Bob 13 vezes. Supondo as velocidades constantes, quantas ultrapassagens ocorreram no total?

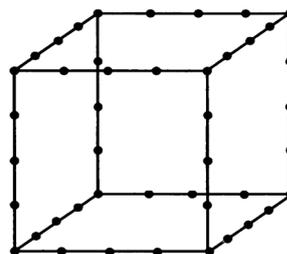
- (A) 20 (B) 25
(C) 27 (D) 28
(E) 30

Gabarito: LETRA B



Questão 12. Cada aresta de um cubo, cujo comprimento é igual a 4, é dividida por pontos em segmentos unitários, conforme figura abaixo. Quantas retas distintas esses pontos determinam?

- (A) 640 (B) 826
(C) 838 (D) 852
(E) 960



Gabarito: LETRA C

Questão 13. No interior de um polígono convexo com 100 lados, 30 pontos são escolhidos aleatoriamente tais que não existem 3 deles em linha reta. Em seguida, o polígono convexo é dividido em triângulos de forma que o conjunto de vértices de todos os triângulos consiste dos 30 pontos escolhidos e dos 100 vértices do polígono original. Quantos triângulos existem?

- (A) 140 (B) 148 (C) 150 (D) 158 (E) 160

Gabarito: LETRA D

Questão 14. Seja a_n a sequência de números que satisfaz a seguinte lei: $a_1 = 7$ e para $i \geq 2$, a_i é a soma dos dígitos do quadrado de a_{i-1} acrescido de um. Então, por exemplo, $a_2 = 4 + 9 + 1 = 14$, $a_3 = 17 (= 1 + 9 + 6 + 1)$ e assim por diante. Qual é o milésimo termo desta sequência?

- (A) 5 (B) 7 (C) 8 (D) 11 (E) 14

Gabarito: LETRA D

Questão 15. Qual é o menor natural n , de modo que o número $(n+10)!$ termina em 2021 zeros a mais do que o número de zeros que termina o número $n!$?

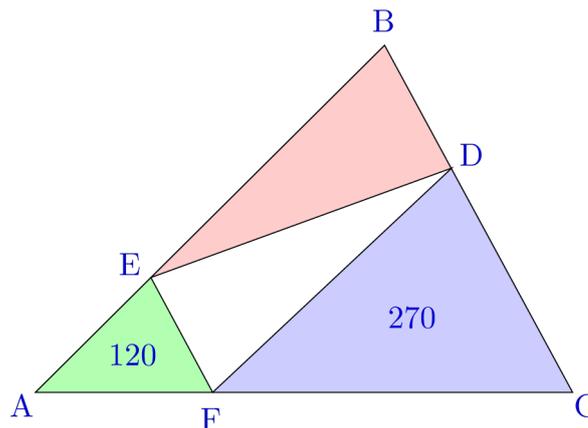
- (A) 5^{2020} (B) 5^{2021} (C) $5^{2020} - 1$ (D) $5^{2021} - 1$ (E) $5^{2021} + 1$

ANULADA

Questão 16. No triângulo ABC, F é um ponto no lado AC, E é um ponto no lado AB e D é um ponto no lado BC com $EF \parallel BC$ e $DF \parallel AB$. A medida da área do triângulo AEF é 120 cm^2 e a medida da área do triângulo CDF é 270 cm^2 . Qual é a medida da área do triângulo DEF, centímetros quadrados?

- (A) 150 (B) 160
 (C) 170 (D) 180
 (E) 200

Gabarito: LETRA D



Questão 17. Os números inteiros a_1, a_2, a_3 formam nessa ordem uma progressão aritmética não constante, tal que $a_1 + a_2 + a_3 = a_1^3 + a_2^3 + a_3^3$. Qual é o valor de $a_1^5 + a_2^5 + a_3^5$?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 5

Gabarito: LETRA A

Questão 18. Em uma pirâmide triangular, as faces laterais, cujas áreas têm medidas iguais a $5 \text{ cm}^2, 5 \text{ cm}^2$ e 8 cm^2 , formam com a base ângulos iguais. Se a área da base mede 9 cm^2 , o volume da pirâmide, em cm^3 , é igual a

- (A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12

Gabarito: LETRA B

Questão 19. Kevin tem uma urna com 50 bolas numeradas de 1 a 50. Qual é a menor quantidade de bolas que ele deve retirar sem reposição para que tenha dois números, um dos quais divisível pelo outro?

- (A) 2 (B) 10 (C) 11 (D) 25 (E) 26

Gabarito: LETRA E

Questão 20. Considere a sequência de números naturais $2, 6, 30, \dots$, em que o k -ésimo termo é o produto dos primeiros k primos, $k = 1, 2, \dots$. Sabe-se que a diferença de dois números nesta sequência é 30.000, qual é o valor da soma desses números?

- (A) 30.060 (B) 35.300 (C) 36.000 (D) 38.700 (E) 39.500

Gabarito: LETRA A

Final da prova!!!!

