



2022

Nome:

Ano escolar:

Segunda Fase OMDF 2022

DATA DA APLICAÇÃO: 01/10/2022

INSTRUÇÕES (leia com atenção):

Caro(a) aluno(a),

1. Esta prova é constituída de 4 questões, cada uma com valor de 50 pontos. Os itens de cada questão tem sua pontuação indicada na prova. Sugerimos que você resolva os itens na ordem proposta.
2. A duração da prova é de 3h20, incluindo o tempo de envio das soluções.
3. As soluções devem ser **MANUSCRITAS** feitas à caneta de tinta **preta**, de maneira organizada e legível.

Atenção !!! Não serão aceitas soluções enviadas fora da área destinada a elas.

4. Ao terminar de resolver a prova, digitalize suas soluções no formato PDF, você pode utilizar seu smartphone com um App (Tiny Scanner ou Cam Scan). **Não serão aceitos arquivos de imagem ou fotografias, somente arquivos em PDF.**

5. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.

6. **Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.**

7. **Não é permitido:**

- a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
- b. comunicar-se com outras pessoas durante a prova ou compartilhar soluções de questões por qualquer meio. **O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.**

8. **Lembre-se de que, ao participar da OMDF, o aluno se compromete a não divulgar conteúdo das questões até a publicação do gabarito no site da OMDF.**

Acesse nossa página www.omdf.com.br

Boa Prova!





Questão 1. Gandalf tem quatro cartas com os números 1, 2, 3 e 4 em uma face branca e no verso dessas cartas, que é de cor verde, também estão os números 1, 2, 3 e 4. Entretanto os dois números em cada face de cada carta são diferentes. As cartas são colocadas em fila, com suas faces brancas mostrando os números 1, 2, 3 e 4 da esquerda para a direita. Gandalf realiza as seguintes três operações com as cartas:

- 1) Duas das cartas são viradas.
- 2) Uma terceira carta (distinta das duas anteriores) é movida para uma posição diferente.
- 3) A quarta carta (distinta das três anteriores) também é movida para uma posição diferente.

Agora as cartas mostram os números 3, 4, 2 e 2 da esquerda para a direita.

- (a) **(10 pontos)** Qual foi a carta que Gandalf não virou e qual foi a carta que certamente ele virou?
- (b) **(15 pontos)** De quantas maneiras distintas Gandalf pode obter a sequência 3, 4, 2, 2?
- (c) **(25 pontos)** Quais são os números nas faces de cada uma das cartas?

Obs.: Utilize a tabela a seguir para fornecer suas respostas.

Carta	1ª	2ª	3ª	4ª
Face branca				
Face verde				

Questão 2. Dois ou mais números naturais são chamados de coprimos ou primos entre si se o seu único divisor natural comum é 1, ou seja, o seu máximo divisor comum é 1.

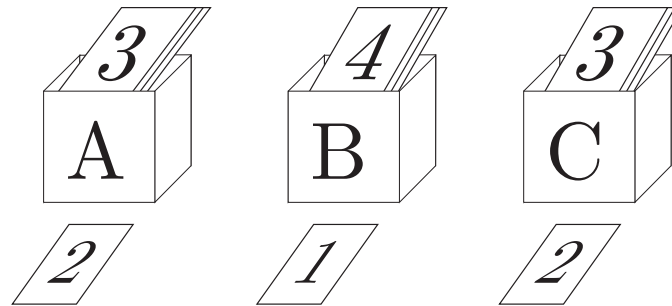
- (a) **(20 pontos)** Qual é a maior quantidade de parcelas de números naturais em que 9 pode ser decomposto tal que todos os números sejam maiores que 1 e sejam coprimos aos pares?
- (b) **(30 pontos)** Qual é a maior quantidade de parcelas de números naturais em que o número 99 pode ser decomposto tal que todas as parcelas sejam números maiores que 1 e coprimos aos pares? Dê um exemplo de tal decomposição.



Questão 3. Um número palíndromo, ou capicua, é um número que lido da esquerda para direita ou da direita para esquerda tem sempre o mesmo valor, por exemplo, 77, 121, 7557, 63536 são palíndromos, mas 1332 não é.

(a) **(10 pontos)** Quantos palíndromos de 2 dígitos existem?

(b) **(15 pontos)** Gandalf tem três caixas, A, B, C, nessa ordem. Cada caixa tem inicialmente seis cartões numerados com 1, 2, 3, 4, 5, 6, mas, por um descuido, ele perdeu pelo menos um cartão da caixa C. Gandalf, então, pega um cartão de cada caixa, colocando-o na frente de sua caixa para formar um número de 3 dígitos. Ele verificou que poderia formar exatamente 24 palíndromos dessa maneira. Quantos cartões ele perdeu da caixa C?



(c) **(25 pontos)** Gandalf recebe uma quarta caixa, denominada de D. Ela contém quatro cartas numeradas com 0, 1, 2, 3. Ele faz palíndromos de 4 dígitos usando um cartão de cada caixa com as caixas na ordem A, C, D, B. Encontre o número máximo e o número mínimo de palíndromos diferentes que ele poderia fazer.

Obs.: Para resolver o item (c) considere que a caixa C está com o mesmo número de cartas do item (b)!

Questão 4. As confeitarias costumam usar caixas ou bandejas de papelão abertas para acomodar o conteúdo. Elas são feitas de pedaços de papelão retangulares, possivelmente quadrados, cortando pequenos quadrados do mesmo tamanho de cada canto e depois juntando as bordas dos cortes sem sobreposição e usando fita adesiva para fixá-las. A altura de uma bandeja nunca é maior do que o comprimento de cada lado da sua base.

Para os itens a seguir, considere que todos os comprimentos laterais e dos cortes têm suas medidas, em centímetros, representadas por números inteiros.

(a) **(20 pontos)** Uma caixa de volume 18 cm^3 é feita de um pedaço quadrado de papelão. Quais são as dimensões do papelão e dos recortes?

(b) **(30 pontos)** O volume de uma bandeja é 3.360 cm^3 . Encontre as dimensões do papelão original e dos recortes se as dimensões da bandeja forem três números inteiros consecutivos.