



2023

Nome:

Ano escolar:

Segunda Fase OMDF 2023

DATA DA APLICAÇÃO: 02/09/2023

INSTRUÇÕES (leia com atenção):

Caro(a) aluno(a),

1. Esta prova é constituída de 4 questões, cada uma com valor de 50 pontos. Os itens de cada questão tem sua pontuação indicada na prova. Sugerimos que você resolva os itens na ordem proposta.

2. A duração da prova é de 3h, incluindo o tempo de envio das soluções.

3. As soluções devem ser **MANUSCRITAS** feitas à caneta de tinta **preta**, de maneira organizada e legível.

Atenção !!! Não serão aceitas soluções enviadas fora das áreas destinadas a elas.

4. Ao terminar de resolver a prova, digitalize suas soluções no formato PDF, você pode utilizar seu smartphone com um App (Tiny Scanner ou Cam Scan). **Não serão aceitos arquivos de imagem ou fotografias, somente arquivos em PDF.**

5. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.

6. **Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.**

7. **Não é permitido:**

a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;

b. comunicar-se com outras pessoas durante a prova ou compartilhar soluções de questões por qualquer meio. **O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.**

8. **Lembre-se de que, ao participar da OMDF, o aluno se compromete a não divulgar conteúdo das questões até a publicação do gabarito no site da OMDF.**

Acesse nossa página www.omdf.com.br

Boa Prova!



Questão 1. (a) (15 pontos) Determine todos os valores inteiros positivos de x e y para os quais $x^2 - y^2 = 9$.

(b) (35 pontos) Determine todos os valores inteiros de x , y e z para os quais

$$\begin{cases} x^2 + (y + z) \cdot (y - z) = 0 \\ (x + y) \cdot (x - y) + z^2 = 50 \end{cases}$$

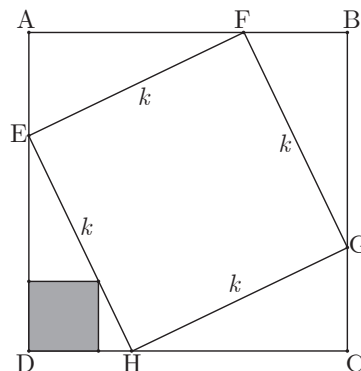
Questão 2. Dado um número natural n maior que 10, Mabella definiu o suco de n , denotado por $S(n)$, como o número formado pelos algarismos de n que estão em posições representadas por números primos (da esquerda para a direita) e respeitando a questão do algarismo não-nulo como o primeiro da esquerda, isto é, se $n = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 \dots}$, então $S(n) = \overline{a_2 a_3 a_5 a_7 a_{11} \dots}$. Por exemplo, o suco de 2 é 0, o suco de 2023 é 2 e o suco de 192837460 é 9234.

(a) (10 pontos) Encontrar o valor de $S(987654321)$?

(b) (15 pontos) Existe algum múltiplo de 4 na sequência $S(2023)$, $S(20232023)$, $S(202320232023)$, $S(2023202320232023)$, ...?

(c) (25 pontos) Encontre todos os números naturais n tais que $n + S(n) = 2023$.

Questão 3. Seja ABCD um quadrado de lado 1. Considere EFGH um segundo quadrado, de lado k , com seus vértices posicionados sobre os lados de ABCD, conforme a figura. Um terceiro quadrado (cinza) é construído tendo um dos seus vértices no ponto D e os demais sobre os lados AD, EH e CD, respectivamente.



(a) (10 pontos) Calcule, em função de k , o comprimento do segmento AE.

(b) (15 pontos) Determine o valor mínimo possível de k .

(c) (25 pontos) Encontre o perímetro e a área do quadrado cinza em função de k .



Questão 4. Alberto convidou dois amigos, Carlos e Eduardo, e duas amigas, Beatriz e Débora, para participarem de um amigo oculto de Natal. Após isso, Alberto anotou o nome de cada participante em cinco pedaços de papel e os colocou fechados em uma cesta para cada um retirar, aleatoriamente, um papel com um nome a ser presenteado.

(a) **(15 pontos)** De quantas maneiras os participantes podem retirar os papéis da cesta, de modo que o nome retirado por Alberto seja o de uma mulher?

(b) **(35 pontos)** Suponha que os cinco amigos retirem os papéis da cesta um após o outro na seguinte ordem Alberto, Carlos, Eduardo, Beatriz e Débora. Em quantos sorteios apenas Débora retira o papel com o próprio nome da cesta?

